

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»

Кафедра химии

И.В. БОДНАРЬ, А.А. ПОЗНЯК, В.А. ПОЛУБОК

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ  
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ  
ПО КУРСУ

**«ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ,  
КОНСТРУИРОВАНИЯ И ТЕХНОЛОГИИ РЭС И ЭВС»**

РАЗДЕЛЫ:  
**«ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ПОЛУПРОВОДНИКОВ И МЕТАЛЛОВ.  
ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ»**

ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ  
**«ПРОЕКТИРОВАНИЕ  
И ПРОИЗВОДСТВО  
РЭС»**

Позняк А.А., Полубок В.А. Методическое пособие для самостоятельной работы студентов по курсу «Физико-химические основы микроэлектроники, конструирования и технологии РЭС и ЭВС».

В пособии приводятся необходимые теоретические сведения для изучения разделов «Электрофизические характеристики полупроводников и металлов» и «Гальваномагнитные эффекты», входящих в программу курса «Физико-химические основы микроэлектроники и технологии РЭС и ЭВС» и для подготовки к выполнению лабораторной работы «Изучение эффекта Холла. Определение ширины запрещённой зоны и других электрофизических характеристик полупроводников» для студентов специальности ПиП РЭС всех форм обучения.

## Содержание

1. Электрофизические характеристики полупроводников и металлов _____	4
<i>1.1. Равновесное состояние электронного газа в полупроводниках и металлах _____</i>	4
<i>1.2. Электрофизические параметры токопереноса _____</i>	8
<i>1.3. Зависимость подвижности носителей заряда от температуры _____</i>	12
2. Гальваномагнитные явления в твердых телах _____	13
<i>2.1. Действие электрического и магнитного полей на движение заряженной частицы _____</i>	13
<i>2.2. Эффект Холла в легированных полупроводниках _____</i>	15
<i>2.3. Эффект Холла в металлах _____</i>	17
<i>2.4. Эффект Холла в собственном и полупроводнике _____</i>	18
<i>2.5. Эффект Эттингсгаузена _____</i>	19
<i>2.6. Магниторезистивный эффект _____</i>	20
Контрольные вопросы _____	21
Литература _____	23

# 1. Электрофизические характеристики полупроводников и металлов

## 1.1. Равновесное состояние электронного газа в полупроводниках и металлах

В отсутствие внешнего электрического поля  $V$  носители заряда в кристалле движутся хаотически в различных направлениях, и какой-либо токоперенос отсутствует. При этом энергия хаотического движения носителей заряда и их скорости значительно отличаются в полупроводнике и в металле.

В полупроводниках электроны становятся свободными и приобретают возможность увеличивать свою кинетическую энергию, т.е. переносить заряд, только попадая в зону проводимости либо из валентной зоны (если валентному электрону сообщается достаточная энергия для преодоления ширины запрещенной зоны  $E_g$ ), либо с донорных уровней при ионизации атомов примеси (если энергия, передаваемая донору, превышает энергию его активации  $E_d$ ) (рис.1, а).

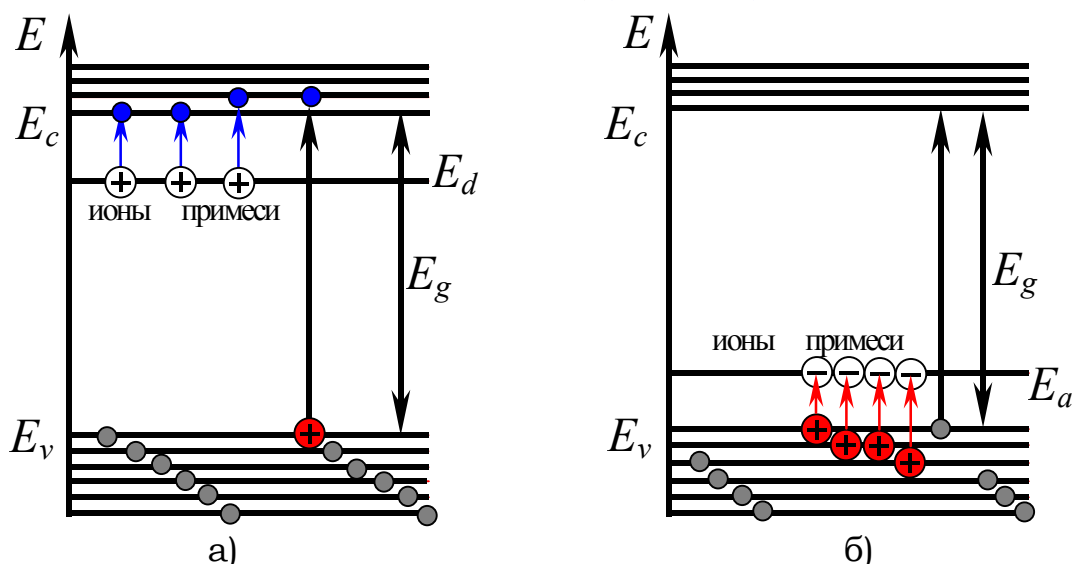


Рис. 1. Процессы образования свободных носителей заряда в случаях полупроводников:  
а) n – типа, б) p – типа

В дырочном полупроводнике электроны из валентной зоны перебрасываются на акцепторные уровни, лежащие вблизи  $E_v$ , оставляя в зоне подвижные дырки (рис.1, б).

При нормальных условиях энергия, необходимая для образования носителей заряда, приобретает за счет тепловых колебаний атомов решетки.

Энергию тепловых колебаний решетки  $E_T$  можно оценить следующим образом. Пусть атомный остов кристалла находится в тепловом равновесии с окружающим его электронным газом. Средняя энергия молекул газа равна  $\frac{3}{2} \cdot k \cdot T$ , где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана. Так как система находится в тепловом равновесии и молекулы га-

за путем столкновений обмениваются энергией с атомами кристалла, то кинетическая энергия тепловых колебаний атомов тоже составит:

$$E_T = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T.$$

В примесном полупроводнике  $n$  – типа при очень низких температурах, когда  $E_T \ll E_d$ , примесные электроны находятся на донорном уровне и зона проводимости полностью свободна. При увеличении температуры кристалла тепловая энергия  $E_T$ , сообщаемая атомам примеси, возрастает и электроны начинают переходить с примесного уровня в зону проводимости, т.е. происходит ионизация атомов донорной примеси. В случае акцепторного полупроводника процесс ионизации примеси ведет к образованию носителей заряда в валентной зоне — дырок. В обоих случаях рост концентрации носителей заряда с изменением температуры происходит по экспоненциальному закону, поэтому в логарифмическом масштабе концентрационные зависимости  $\ln(n) = f(T)$  и  $\ln(p) = f(T)$  представляют собой прямые [\(рис. 2, участок 1\)](#).

При температуре  $T = T_1$ , соответствующей условию  $E_T = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T_1 \approx E_d$  практически вся примесь будет ионизирована, и дальнейшее увеличение температуры кристалла вплоть до  $T = T_2$ , уже не будет влиять на концентрацию носителей — она будет оставаться постоянной и равной концентрации введенной примеси  $N_d$  или  $N_a$  [\(рис. 2, участок 2\)](#). При достаточно высоких температурах  $T > T_2$  начнется ионизация атомов самого кристалла: под действием возрастающей тепловой энергии валентные электроны приобретают способность к преодолению запрещенной зоны с образованием пары носителей — электрона в зоне проводимости и дырки в валентной зоне. Процесс увеличения концентрации собственных носителей заряда зависит от температуры тоже экспоненциально [\(рис. 2, участок 3\)](#). Когда концентрация собственных носителей заряда превысит

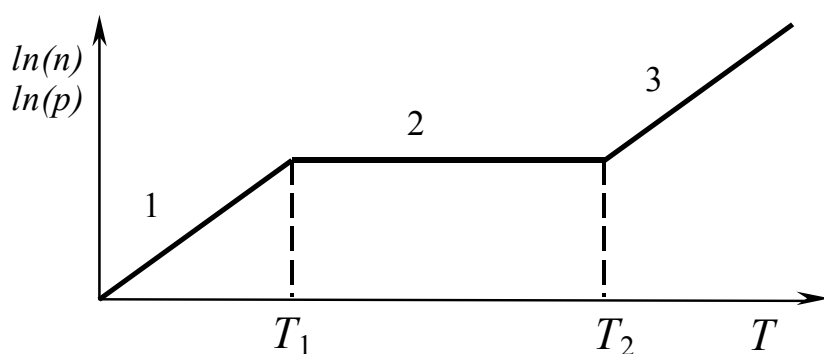


Рис. 2. Концентрационная зависимость носителей заряда в легированном полупроводнике от температуры:

- 1 – ионизация примеси;
- 2 – примесь полностью ионизирована;
- 3 – переход к собственной концентрации

концентрацию введенной в полупроводник примеси, т.е. при выполнении условия  $p_i > N_d$  или  $n_i > N_a$ , проводимость в кристалле станет собственной.

Так как энергия активации примеси  $E_d$  (для акцепторов  $E_a$ ) составляет около 0,01 эВ, а энергия тепловых колебаний атомов решетки

ки  $E_T$  при 300 К приблизительно равна 0,04 эВ, т.е.  $E_d \ll E_T$ , то в нормальных условиях вся примесь уже полностью ионизирована. Следовательно, концентрация носителей в примесном полупроводнике при  $T = 300$  К определяется концентрацией введенной примеси.

В собственных полупроводниках примесь отсутствует, и носители заряда (электроны и дырки) образуются только за счет перехода электронов через запрещенную зону. Ширина запрещенной зоны полупроводников  $E_g$  намного больше  $E_T$  (например, для кремния  $E_g = 1,2$  эВ, а для германия  $E_g = 0,7$  эВ), однако только в среднем энергия тепловых колебаний атомов  $E_T \approx 0,04$  эВ, и в кристалле всегда имеется некоторое количество электронов, обладающих значительно большей тепловой энергией, чем  $E_T$ , в том числе и превышающей  $E_g$ . В собственных полупроводниках концентрация носителей  $n_i$  тем выше, чем меньше  $E_g$  и больше  $T$ . При заданной ширине запрещенной зоны  $E_g$  и при постоянной температуре  $T$  собственная концентрация носителей остается неизменной  $n_i = const$ .

При своем движении электроны проводимости взаимодействуют с ионами решетки, совершающими тепловые колебания, обмениваясь с ними кинетической энергией. За счет процессов рассеяния электронный газ в зоне проводимости будет находиться в тепловом равновесии с решеткой. Следовательно, кинетическую энергию теплового движения электронов проводимости в полупроводниках можно считать равной  $E_T = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$ ; и она линейно возрастает при увеличении температуры. Такое состояние электронного газа называется невырожденным.

Скорость теплового движения электронов  $v_T$  можно оценить исходя из соотношения  $E_k = E_T$ :

$$\frac{m_n^* \cdot v_T^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T, \quad (1)$$

где  $m_n^*$  — эффективная масса электрона в зоне проводимости, откуда

$$v_T = \left( \frac{3 \cdot k \cdot T}{m_n^*} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

Из (2) следует, что  $v_m$  увеличивается пропорционально  $\sqrt{T}$ . При нормальных условиях  $T = 300$  К энергия тепловых колебаний атомов  $E_T \approx 0,04$  эВ, поэтому  $v_T \approx 10^5$  м/с.

В металлах валентная зона заполнена не полностью или перекрывается в пространстве с зоной проводимости. Вследствие этого запрещенная зона отсутствует, зона валентная совпадает с зоной проводимости, и валентные электроны являются свободными.

При  $T = 0$  К все электроны стремятся занять состояние с минимальной энергией. По принципу Паули на одном энергетическом уровне не может находиться более двух электронов. Поэтому валентные электроны последовательно заполняют зону снизу вплоть до некоторого верхнего уровня, определяемого количеством свободных электронов в решетке данного металла. Этот уровень отделяет заполненные состояния от свободных при  $T = 0$  К и называется уровнем Ферми с энергией  $E_F$  (рис. 3).

Так как концентрация свободных электронов в металлах очень велика (около  $10^{22}$  см<sup>-3</sup>), то и величина энергии уровня Ферми оказывается большой (около 5 эВ). Следовательно, даже при температуре абсолютного нуля электроны, расположенные на верхнем заполненном уровне (уровне Ферми), обладают значительной кинетической энергией  $E_{\kappa} = E_F \approx 5$  эВ.

Скорость движения ферми-электронов можно определить, пользуясь соотношением

$$E_{\kappa} = \frac{m_n^* \cdot v_F^2}{2} = E_F. \quad (3)$$

Откуда

$$v_F = \frac{2E_F^{1/2}}{m_n^*} \approx 10^6 \text{ м/с}. \quad (4)$$

При этом, как  $E_F$ , так и  $v_F$ , имеют чисто квантовую природу и не являются энергией и скоростью теплового движения свободных электронов.

Пусть теперь температура металла отлична от нуля. Средняя энергия

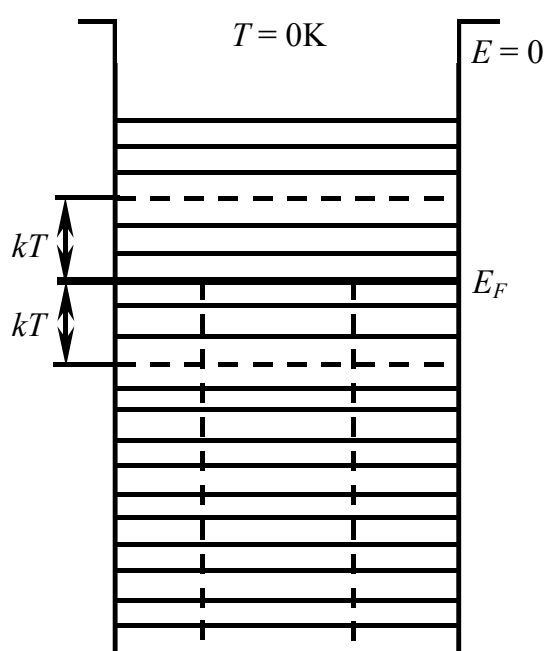


Рис. 3. Заполнение энергетических уровней в металле при  $T = 0$  К

теплового возбуждения одного электрона — порядка  $kT$ . Для всех температур, меньших температуры плавления металла, величина  $kT$  составляет сотые доли электронвольт, что в сотни раз меньше  $E_F$ . Поэтому тепловому возбуждению подвергаются только электроны, находящиеся в узком слое уровней энергии толщиной порядка  $kT$ , расположенном непосредственно под уровнем Ферми (рис. 3). Большая же часть электронов остается на своих местах, т.к. для них энергии теплового возбуждения недостаточно, чтобы перескочить на свободный уровень, лежащий выше уровня Ферми, а все уровни с близкими значениями энергии уже заняты другими электронами и их дополнительное заполнение запрещено

принципом Паули. Многоэлектронные же переходы, при которых все промежуточные электроны продвигаются вверх с уровня на уровень, крайне маловероятны из-за наличия процессов рассеяния.

Полагая, что энергетические уровни в зоне расположены равномерно, число электронов  $\Delta n$ , приходящихся на полосу  $kT$ , можно оценить, как

$$\Delta n = \frac{n \cdot k \cdot T}{E_F}, \quad (5)$$

где  $n$  — полное число свободных электронов в металле.

Поэтому, считая, что тепловому возбуждению подвергается только половина из них, число термически возбужденных электронов по порядку величины составит  $\frac{\Delta n}{2}$ , т.е. около одного процента от  $n$ .

По тем же причинам участвовать в электропроводности могут только электроны с энергией, близкой к уровню Ферми. Различные процессы рассеяния при токопереносe препятствуют переводу ферми-электронов на свободные энергетические уровни, расположение значительно выше  $E_F$ , что не позволяет участвовать в электропереносe электронам с низших уровней, поэтому в случае металлов следует различать свободные электроны и электроны проводимости, число которых значительно меньше.

Энергия электронов проводимости мало отличается от  $E_F$  при любой температуре металла  $T$ . Такое состояние электронов, когда их энергия не зависит от  $T$ , называется вырожденным.

Таким образом, хаотические скорости движения электронов проводимости  $v$  можно считать постоянными и равными скорости ферми-электронов  $v_F$  для любых  $T$ . При этом и концентрация электронов проводимости в металлах от температуры практически не зависит.

## 1.2. Электрофизические параметры токопереноса

В отсутствие электрического поля скорости свободных электронов имеют всевозможные направления. При приложении внешнего поля на хаотическое движение носителей заряда накладывается дрейф в электрическом поле, то есть под действием электрического поля  $\vec{\varepsilon}$  электроны получают ускорение

$$\vec{a} = -\frac{\vec{F}}{m_n^*} = \frac{-q \cdot \vec{\varepsilon}}{m_n^*} \quad (6)$$

и направленную против поля добавку к скорости — дрейфовую скорость  $\Delta v_d$ :



$$\Delta v_{\partial} = a \cdot \tau_n, \quad (7)$$

где  $\tau_n$  — время, в течение которого действует ускорение  $a$  (время свободного пробега).

Если бы время  $\tau_n$  ничем не ограничивалось, то дрейфовая скорость  $\Delta v_{\partial}$  непрерывно возрастала бы. Однако из-за процессов рассеяния электрон под действием поля движется ускоренно лишь на небольшом отрезке пути  $l_n$ , называемом длиной свободного пробега. Затем он испытывает соударение, теряет при этом свою направленную скорость  $\Delta v_{\partial}$ , и весь процесс начинается сначала. При высоких температурах длину свободного пробега ограничивают тепловые колебания атомов решетки, при низких — примеси и другие дефекты кристаллов.

Зная  $l_n$ , можно определить время свободного пробега как

$$\tau_n = \frac{l_n}{v}, \quad (8)$$

где  $v$  — полная скорость электрона ( $v = v_T + v_{\partial}$  — для полупроводников или  $v = v_F + v_{\partial}$  — для металлов).

Так как  $l_n$  обычно очень мала ( $l_n < 10^{-5}$  см), то направленная добавка  $\Delta v_{\partial}$  к скорости хаотического движения электрона при не очень сильных полях мала по сравнению с самой скоростью теплового движения электрона в отсутствие поля, поэтому в (8) можно считать  $v = v_T$  для полупроводников и  $v = v_F$  для металлов. Поскольку  $v_F \gg v_T$ , то соответственно время свободного пробега электронов  $\tau_n$  в полупроводниках обычно больше, чем в металлах.

Средняя скорость дрейфа электронов из (6) – (8):

$$v_{\partial} = \frac{\Delta v_{\partial}}{2} = \frac{q \cdot v_T \cdot \varepsilon}{2 \cdot m_n^*}. \quad (9)$$

Обозначим

$$\mu_n = \frac{q \cdot \tau_n}{m_n^*} = \frac{q \cdot v_T}{2m_n^* \cdot l_n}, \quad (10)$$

тогда

$$v_{\partial} = \mu_n \cdot \varepsilon. \quad (11)$$

Коэффициент пропорциональности  $\mu_n$  ( $\text{м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ ) между дрейфовой скоростью  $v_d$ , и напряженностью поля  $\varepsilon$  называется подвижностью электронов.

Подвижность  $\mu$  характеризует динамические свойства носителей заряда, то есть физический смысл  $\mu$  можно определить как скорость дрейфа носителя заряда в поле с единичной напряженностью  $\varepsilon$ . Она учитывает влияние процессов рассеяния на движение носителей заряда при их движении в кристалле: чем сильнее рассеяние, тем меньше подвижность носителей.

Более строгий расчет с учетом непостоянства времен свободного пробега различных электронов  $\tau_n$ , даёт значение  $\mu_n$ , в два раза выше, чем в формуле (10):

$$\mu_n = \frac{q \cdot l_n}{m_n^* \cdot v} \quad (12)$$

Поскольку для металлов  $v \approx v_F$ , а для полупроводников  $v \approx v_T$ , то из (12) следует, что подвижность электронов в металле обычно существенно ниже. Кроме того, так как подвижность  $\mu$  обратно пропорциональна  $m$ , а в большинстве случаев в полупроводниках  $m_n < m_p$ , то соответственно  $\mu_n > \mu_p$ .

Каждый заряд, движущийся в поле  $\varepsilon$  с дрейфовой скоростью  $v_d$ , создает электрический ток, равный  $qv_d$ . Следовательно, плотность тока в кристалле, содержащем  $n$  электронов в единице объема, можно определить, как

$$j = q \cdot n \cdot v_d \quad (13)$$

По закону Ома плотность тока  $j$  и напряженность поля  $\varepsilon$  связаны соотношением

$$j = \sigma \cdot \varepsilon, \quad (14)$$

где  $\sigma$  — проводимость кристалла.

Тогда, исходя из (13) и (14), с учетом (11), можно записать

$$\sigma = q \cdot n \cdot \mu = \frac{n \cdot q^2 \cdot l}{m \cdot v_T} \quad (15)$$

Таким образом, выражение для электронной проводимости в полупроводниках имеет вид

$$\sigma_n = \frac{n \cdot q^2 \cdot l_n}{m_n^* \cdot v_T}, \quad (16)$$

где  $l_n$  — длина свободного пробега электрона.

В случае дырочной проводимости, обозначим концентрацию дырок в кристалле через  $p$  и получим выражение для удельной электропроводности полупроводника:

$$\sigma_p = \frac{p \cdot q^2 \cdot l_p}{m_n^* \cdot v_T}. \quad (17)$$

Если в электропроводности участвуют как электроны, так и дырки, то

$$j = q(n \cdot v_\delta + p \cdot v_\delta), \quad (18)$$

а проводимость в этом случае

$$\sigma = q(n \cdot \mu_n + p \cdot \mu_p). \quad (19)$$

В случае невырожденного электронного газа (т.е. в не сильно легированных полупроводниках) носители заряда не зависят друг от друга и принимают независимое участие в создании тока. Поэтому

$$\mu_n = \left( \frac{q}{m_n^*} \right) \langle \tau \rangle = \frac{q \langle l \rangle}{m_n^* \langle v_T \rangle}, \quad (20)$$

где  $\langle \rangle$  означает среднее значение.

В вырожденном газе (в металлах) в процессе токопереноса участвуют только электроны, расположенные вблизи уровня Ферми, поэтому они имеют одинаковые  $v_F$  и  $l_F$ . Соответственно для этого случая

$$\mu_n = \left( \frac{q \cdot v_F}{m_n^*} \right), \quad (21)$$

и, учитывая, что  $v_F$  намного больше  $v_\delta$ ,

$$\sigma = \frac{n \cdot q^2}{m_n^*} \cdot v_F = \frac{n \cdot q^2}{m_n^*} \cdot \left( \frac{l_F}{v_F} \right). \quad (22)$$

### 1.3. Зависимость подвижности носителей заряда от температуры

Величину подвижности  $\mu$  носителей заряда в полупроводниках ограничивают два основных механизма рассеяния: рассеяние на тепловых колебаниях атомов, составляющих кристаллическую решетку, и рассеяние на ионах примеси из-за взаимодействия движущегося заряда с полем заряженного иона.

В области низких  $T$  рассеяние главным образом обусловлено ионами примесей, влияние которых на движение электронов тем больше, чем большую часть времени эти заряды находятся в отклоняющем поле ионов. С ростом  $T$  тепловая скорость движения электрона увеличивается, что ведет к росту длины свободного пробега  $l_n$  и, следовательно, подвижности  $\mu$ . Подвижность растет до тех пор, пока не станет существенной роль тепловых колебаний атомов решетки. Положение максимума определяется концентрацией примесей в полупроводнике. Зависимость  $\mu = f(T)$  для полупроводника приведена на [рис. 4, а](#).

В случае достаточно чистого металла основным механизмом рассеяния является рассеяние на тепловых колебаниях атомов решетки — на фононах, и зависимость  $\mu = f(T)$  имеет вид, представленный на [рис. 4, б](#).

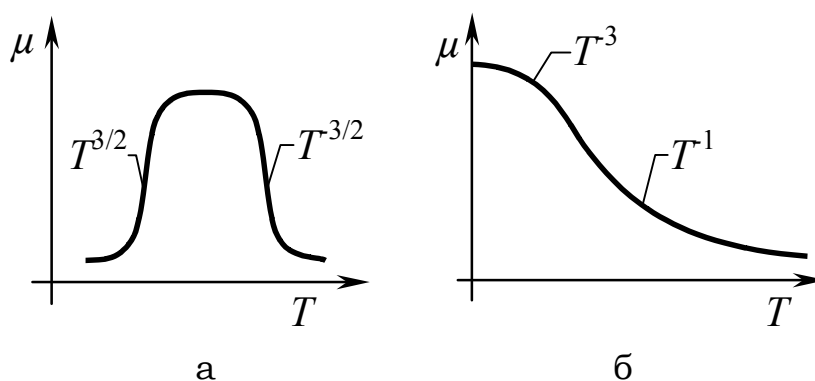


Рис. 4. Температурная зависимость подвижности носителей заряда:  
а) в полупроводниках;  
б) в металлах

Концентрация носителей заряда и их подвижность являются важнейшими электрофизическими характеристиками материала, определение которых возможно с помощью одного из гальваномагнитных эффектов — эффекта Холла.

## 2. Гальваномагнитные явления в твердых телах

Если в веществе под действием электрического поля протекает электрический ток, то при одновременном воздействии на него магнитного поля в этом веществе наблюдается ряд явлений, которые называются гальваномагнитными эффектами. К ним относятся, в частности, эффект Холла, эффект Эттингсгаузена и магниторезистивный эффект.

### 2.1. Действие электрического и магнитного полей на движение заряженной частицы

В постоянном электрическом поле напряженностью  $\varepsilon$  на частицу действует сила  $F_\varepsilon = q\varepsilon$ , где  $q$  — заряд частицы.

Направление силы  $F_\varepsilon$  определяется знаком заряда частицы: отрицательно заряженные движутся против поля  $\varepsilon$ , а положительно заряженные — по полю.

На единичный электрический заряд, движущийся в магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$ , действует сила Лоренца

$$\vec{F}_\Lambda = [\vec{v}, \vec{B}] = \vec{v} \cdot \vec{B} \cdot \sin \varphi, \quad (23)$$

где  $\vec{B}$  — вектор магнитной индукции поля, а  $\varphi$  — угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Направление действия  $F_\Lambda$  можно определить с помощью правой руки для положительных зарядов, или левой для отрицательных: если вектор  $\vec{B}$  выходит из ладони перпендикулярно, а четыре пальца руки сонаправлены с вектором  $\vec{v}$ , то отогнутый большой палец будет указывать направление действия силы Лоренца.

Если скорость движения заряженной частицы  $v$  параллельна направлению вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , т.е.  $\sin \varphi = 0$ , то  $F_\Lambda = 0$ , и магнитное поле на частицу не действует.

Если же скорость движения частицы  $v$  перпендикулярна направлению магнитной индукции  $\vec{B}$ ,

т.е.  $\sin \varphi = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ , то под действием  $\vec{F}_\Lambda$  частица будет двигаться по окружности постоянного радиуса  $r$  в плоскости, перпендикулярной  $\vec{B}$ . В этом случае  $\vec{F}_\Lambda$  является центростремительной силой (рис. 5).

Если заряженная частица

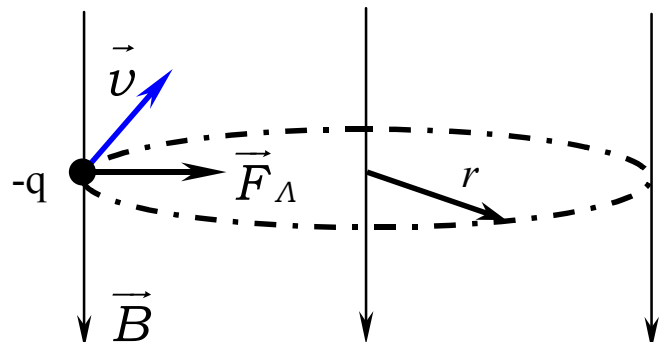


Рис. 5. Движение заряженной частицы в магнитном поле при  $(\vec{v} \perp \vec{B})$

движется в магнитном поле так, что вектор ее скорости составляет некоторый угол с направлением вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , то траекторией движения частицы будет винтовая линия (рис. 6)

При совместном действии на движущуюся заряженную частицу электрического и магнитного полей результирующая сила  $F_{рез}$  будет определяться выражением

$$\vec{F}_{рез} = q \cdot \vec{\varepsilon} + q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (24)$$

Пусть  $\vec{\varepsilon}$  параллельно  $\vec{B}$ , а электрон в начальный момент времени движется перпендикулярно как к  $\vec{\varepsilon}$ , так и к  $\vec{B}$ . В этом случае магнитное поле будет обуславливать движение электрона по окружности, тогда как электрическое поле будет ускорять движение электрона против поля  $\vec{\varepsilon}$ . Следовательно, траекторией движения электрона будет постоянно "растягивающаяся" винтовая линия.

Пусть теперь электрон движется в скрещенных электрическом и магнитном полях.

Если первоначально электрон покоится и его скорость  $v_0 = 0$ , то  $F_{\Lambda} = 0$  и электрон начнет движение под действием силы электрического поля  $\vec{F}_{\varepsilon} = q\vec{\varepsilon}$  в направлении, противоположном  $\vec{\varepsilon}$  (рис. 7).

С началом движения на электрон начнет действовать сила Лоренца  $\vec{F}_{\Lambda} = q[\vec{v}, \vec{B}]$ , стремящаяся заставить электрон двигаться по окружности. При этом силу Лоренца  $\vec{F}_{\Lambda}$  можно разложить на две составляющие:  $\vec{F}_{\Lambda,x}$  и  $\vec{F}_{\Lambda,y}$ . Составляющая  $\vec{F}_{\Lambda,x}$  будет отклонять электрон вдоль оси  $x$ , а  $\vec{F}_{\Lambda,y}$  — противодействовать силе  $\vec{F}_{\varepsilon}$ , действующей на электрон со стороны электрического поля. Поскольку  $\vec{F}_{\Lambda}$  пропорциональна скорости

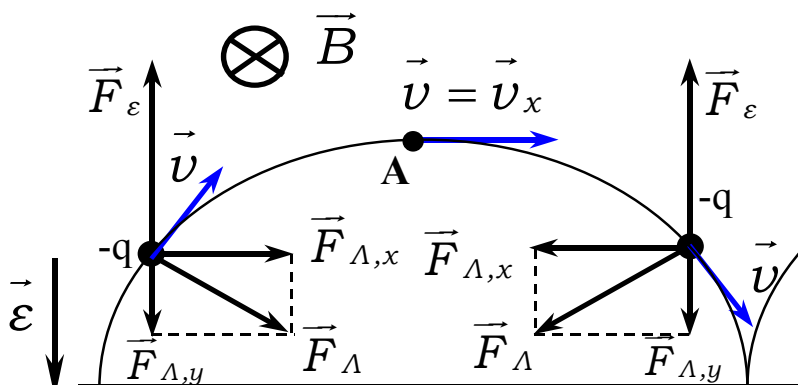


Рис. 7. Движение электрона в скрещенных электрическом и магнитном полях

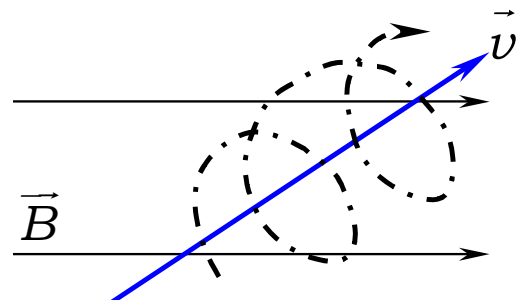


Рис. 6. Движение заряженной частицы в магнитном поле под углом к линиям магнитной индукции  $\vec{B}$

электрона  $\vec{v}$ , то с течением времени составляющая  $\vec{F}_{\Lambda,y}$  будет возрастать, а составляющая скорости электрона  $\vec{v}_y$  вдоль оси  $y$  будет уменьшаться. Однако полная скорость движения электрона  $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$  будет продолжать расти и в точке А, где

$\vec{F}_\Lambda = \vec{F}_{\Lambda,y} = \vec{F}_\varepsilon$  и  $\vec{v}_y = 0$ , она достигнет максимального значения  $\vec{v} = \vec{v}_x$ .

При этом кинетическая энергия электрона будет наибольшей. В дальнейшем работа силы электрического поля  $F_\varepsilon$  будет затрачиваться на торможение электрона, продолжающего движение по окружности под действием силы Лоренца. С уменьшением скорости движения электрона будет уменьшаться сила Лоренца, и электрон остановится, когда запас его кинетической энергии будет израсходован на преодоление силы поля  $F_\varepsilon$ . Поскольку на покоящийся электрон магнитное поле не действует, то он снова начнет движение под действием силы электрического поля  $F_\varepsilon$ , т.е. цикл повторится. В результате траектория движения электрона будет представлять собой циклоиду — кривую, которую описывает точка, находящаяся на ободе катящегося колеса.

## 2.2. Эффект Холла в легированных полупроводниках

Пусть в образце полупроводника  $n$ -типа с размерами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (рис. 8) протекает электрический ток, а сам образец помещен в магнитное поле, перпендикулярное направлению тока.

Сила Лоренца  $F_\Lambda$  будет отклонять электроны к боковой грани образца, создавая на ней все возрастающий отрицательный заряд, в то время как у противоположной грани будет оставаться нескомпенсированный положительный заряд неподвижных ионов доноров. Образующееся при этом поперечное электрическое поле  $E_X$  называется холловским, а сам эффект возникновения поперечной разности потенциалов в образце полупроводника, помещенном в скрещенные электрическое и магнитное поля, — эффектом Холла.

Процесс накопления заряда будет продолжаться до тех пор, пока холловское поле не скомпенсирует (в среднем) действие на электроны магнитного поля. Стационарное состояние, при котором накопление зарядов на гранях прекратится, установится при равенстве поперечных токов, создаваемых действием сил Лоренца и холловского поля. Величину установившейся напряженности можно оценить из условия равенства магнитной и электрической сил, действующих на электрон:  $F_\Lambda = q \cdot E_X$ , т.е. откуда

$$q \cdot v_\partial \cdot B = q \cdot E_X, \quad (25)$$

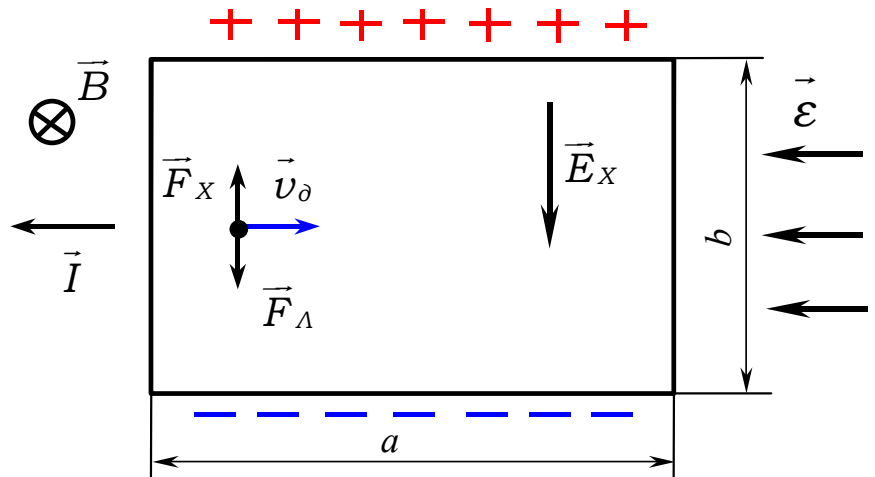


Рис. 8. Механизм возникновения эффекта Холла в полупроводнике  $n$ -типа

откуда

$$E_X = v_\partial \cdot B. \quad (26)$$

Таким образом, при заданной величине индукции магнитного поля  $B$  напряженность поперечного поля  $E_X$  в образце определяется величиной дрейфовой скорости электрона  $v_\partial$ , т.е. величиной подвижности электрона  $\mu_n$ . На практике измеряется разность потенциалов между гранями образца  $U_X = d \times E_X$  и сила тока  $I$ , текущего через образец  $I = j \cdot S = q \times n \times v_\partial \times b \times c$ , где  $S = b \times c$  — поперечное сечение образца. Тогда из (26)

$$U_X = v_\partial \cdot B \cdot b = \frac{I}{q \cdot n \cdot b \cdot c} \cdot B \cdot b = \frac{1}{q \cdot n} \cdot \frac{I \cdot B}{c} = R_X \cdot \frac{I \cdot B}{c}, \quad (27)$$

где введено обозначение

$$R_X = \frac{1}{q \cdot n}. \quad (28)$$

и  $c$  — размер образца в направлении магнитного поля.

Коэффициент пропорциональности  $R_X$ , связывающий поперечную разность потенциалов  $U_X$  с индукцией магнитного поля  $B$  и силой тока  $I$ , называется коэффициентом Холла.

Произведя измерения четырех величин  $U_X$ ,  $B$ ,  $I$  и  $c$ , входящих в (27), можно определить  $R_X$ :

$$R_X = \frac{U_X \cdot c}{I \cdot B}. \quad (29)$$

Зная  $R_X$ , можно определить концентрацию свободных электронов в исследуемом материале:

$$n = \frac{1}{q \cdot R_X}. \quad (30)$$

Так как по закону Ома  $j = \sigma \times \varepsilon$ , где  $\sigma$  — проводимость материала, то

$$\varepsilon = \frac{j}{\sigma} = \frac{I \cdot a}{U \cdot b \cdot c}. \quad (31)$$



Поскольку  $\sigma = q \cdot n \cdot v$  и  $R_x = \frac{1}{q \cdot n}$ , то подвижность носителей заряда  $\mu$  можно определить, как

$$\mu = R_x \cdot \sigma. \quad (32)$$

Таким образом, одновременное измерение электропроводности и эффекта Холла позволяет определить знак носителей заряда (по знаку  $R_x$ ), их концентрацию и подвижность  $\mu$ .

При выводе соотношений для  $U_x$  и  $R_x$  предполагалось, что все электроны проводимости под действием внешнего электрического поля  $\varepsilon$  приобретают одинаковую скорость направленного движения  $v_0$ . Это справедливо только, если скорость хаотического теплового движения всех электронов одинакова, т.е. для всех электронов одинакова длина свободного пробега  $l_n$ , что имеет место в металлах и вырожденных полупроводниках, где проводимость осуществляется ферми-электронами. В общем случае следует учитывать распределение носителей заряда по скоростям и влияние этого распределения на  $l_n$ .

С учетом такого распределения более строгий расчет приводит к уточненному выражению для  $R_x$ :

$$R_x = \frac{A}{q \cdot n} \quad (33)$$

где  $A$  — постоянная, зависящая от механизма рассеяния носителей заряда. Для ковалентных кристаллов при рассеянии на тепловых колебаниях решетки  $A = \frac{3\pi}{8} = 1,17$  и  $A = 1,93$ , если основным механизмом рассеяния является рассеяние на ионах примесей. Для металлов и вырожденных полупроводников распределение по скоростям учитывать не надо, поэтому  $A = 1$ .

### 2.3. Эффект Холла в металлах

Под действием магнитного поля  $\vec{B}$ , перпендикулярного  $\vec{\varepsilon}$ , свободные электроны отклоняются к одной из граней кристалла, которая вследствие этого заряжается отрицательно. Другая грань, обедненная электронами, приобретает пояснительный заряд, создаваемый ионами решетки. Возникает холловское поле  $\vec{E}_x$ . Физические процессы образования ЭДС Холла в металлах аналогичны рассмотренному выше случаю легированных полупроводников. Следовательно, все полученные соотношения остаются справедливыми. Однако так как подвижность электронов в металлах обычно, значительно меньше, чем в легированных полупроводниках, то эффект Холла в них проявляется намного слабее.

Если зона проводимости металла укомплектована менее чем напо-

ловину, то электроны такой зоны ведут себя нормально, как частицы, обладающие положительной эффективной массой и отрицательным зарядом. Знак постоянной Холла в этом случае будет отрицательным. К таким металлам относятся элементы первой группы.

Если зона проводимости металла укомплектована почти полностью, то остающиеся в ней незаполненные уровни можно рассматривать как дырки — частицы с положительной эффективной массой и положительным зарядом. Такие металлы имеют дырочную проводимость, и поэтому знак постоянной Холла у них положительный (аномальный эффект Холла). К таким металлам относятся цинк, кадмий, бериллий и некоторые другие.

#### 2.4. Эффект Холла в собственном и полупроводнике

В собственном полупроводнике концентрации электронов и дырок равны, т.е.  $n = p = n_i$ . Поскольку электроны и дырки имеют разные заряды и направления скоростей движения, то магнитным полем они отклоняются в одну сторону (рис. 9).

В большинстве полупроводников подвижность у электронов выше, чем у дырок. Следовательно, дрейфовая скорость движения у электронов  $v_d$  в поле  $\varepsilon$  будет выше, чем у дырок. Так как сила Лоренца пропорциональна скорости, то  $F_{\Lambda}$  для электронов будет по величине больше, чем для дырок, т.е.  $F_{\Lambda,n} > F_{\Lambda,p}$ . Соответственно поперечная скорость движения электронов  $v_n$  будет больше, и они первыми достигнут грани кристалла. По мере увеличения на грани отрицательного заряда в кристалле будет создаваться холловское электрическое поле  $E_X$ , препятствующее поперечному движению электронов и способствующее такому движению дырок. Поперечная скорость движения к грани у электронов  $v_n$  будет уменьшаться, а у дырок  $v_p$  увеличиваться. Стационарное состояние установится при выравнивании поперечных скоростей движения отклоняющихся к грани электронов и дырок, т.е. при выравнивании величин поперечных дырочного и электронных токов, после чего электроны и дырки будут достигать грани кристалла одновременно и установившийся отрицательный заряд на ней будет оставаться неизменным. Таким образом стационарное состояние обеспечивается возникновением поля Холла  $E_X$ , величина которого определяется различием в значениях подвижностей электронов  $\mu_n$ , и дырок  $\mu_p$ . Коэффициент Холла для случая собственного полупроводника можно представить в виде

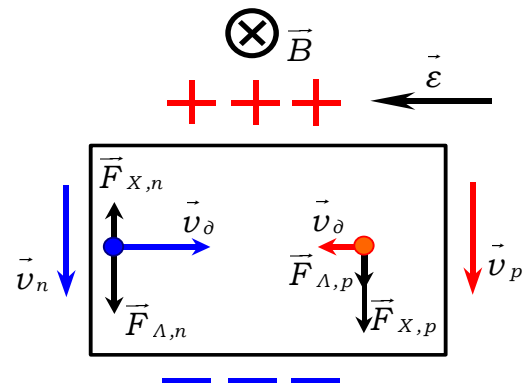


Рис. 9. Установление стационарного состояния в собственном полупроводнике, когда  $\mu_n > \mu_p$

$$R_X = \frac{\mu_p - \mu_n}{q \cdot n_i \cdot (\mu_p + \mu_n)}. \quad (34)$$

В большинстве случаев из-за большей подвижности электронов коэффициент Холла отрицателен.

## 2.5. Эффект Эттингсгаузена

Эффект Эттингсгаузена сопутствует эффекту Холла и заключается в возникновении градиента температуры вдоль холловского поля.

В стационарном состоянии при возникновении эффекта Холла в легированном полупроводнике  $F_{\Delta} = F_X$ . Однако это равенство выполняется только для определенного значения скорости движения зарядов  $v_{d,cp}$ , определяемой из соотношения

$$q \cdot v_{d,cp} \cdot B = q \cdot E_X. \quad (35)$$

Вследствие процессов рассеяния дрейфовые скорости различных электронов колеблются в широких пределах. Поскольку сила Лоренца пропорциональна скорости, а сила Холла от скорости не зависит, то для частиц, движущихся со скоростью большей, чем средняя, а стационарном состоянии сила Лоренца будет превышать силу Холла. Поэтому быстрые электроны будут, отклоняться к одной из граней образца, передавая излишек своей энергии кристаллической решетке. Соответственно более медленные электроны будут под действием силы Холла отклоняться к другой грани, пополняя недостаток своей энергии за счет тепловых колебаний кристаллической решетки. Таким образом, одна грань будет нагреваться, а другая охлаждаться, и наряду с поперечной разностью потенциалов возникнет поперечная разность температур — эффект Эттингсгаузена.

По мере нагревания одной грани и охлаждения другой появится и будет расти поток тепла от нагретой грани к холодной. При некоторой разности температур установится стационарное состояние, при котором отток тепла от нагретой грани за счет теплопроводности сбалансирует приток тепла за счет быстрых электронов.

В случае собственного полупроводника стационарное состояние в эффекте Холла обеспечивается равенством потоков электронов и дырок, поступающих к боковой поверхности образца. Повышенная концентрация электронов и дырок в этой части полупроводника вызовет их усиленную рекомбинацию, тогда как в области пониженной концентрации вероятность встречи электрона с дыркой, т.е. их рекомбинации, будет меньше обычной. В процессе рекомбинации электрон переходит из зоны проводимости в валентную зону с выделением энергии, равной ширине запрещенной зоны  $E_g$ . Так как число пар носителей электрон-дырка, участвующих в рекомбинации, велико, то эффект Эттингсгаузена в случае собственных полупроводников проявляется значительно сильнее, чем в металлах или легированных полупроводниках.

По мере нагревания одной грани и охлаждения другой Судет усиливаться и отток тепла от горячей грани за счет теплопроводности. При некоторой разности температур между гранями, когда потоки тепла сбалансируют друг друга, установится равновесное состояние эффекта Эттингсгаузена.

## 2.6. Магниторезистивный эффект

Эффект заключается в уменьшении подвижности носителей заряда проводника с током при внесении его в магнитное поле. Так как электропроводность  $\sigma$  пропорциональна подвижности  $\mu$ , то сопротивление образца при этом возрастает.

В отсутствие магнитного поля носители заряда движутся прямолинейно и между двумя столкновениями проходят путь, равный длине свободного пробега  $l$  за время свободного пробега  $\tau$ .

При наличии магнитного поля в образце металла или примесного полупроводника с ограниченными размерами возникает холловское поле, полностью компенсирующее действие магнитного поля для электронов, движущихся с некоторой средней дрейфовой скоростью  $v_{d(cp)}$ :  $q \cdot v_{d,cp} \cdot B = q \cdot E_x$ . Такие электроны будут продолжать двигаться вдоль образца без изменения длины свободного пробега  $l$ . Однако из-за процессов рассеяния скорости различных электронов (и дырок) будут отличаться от  $v_{d,cp}$ , поэтому на частицы, движущиеся со скоростями, большими средней скорости, сильнее действует магнитное поле, чем холловское. Наоборот, более медленные частицы отклоняются в противоположную сторону под действием холловского поля.

В обоих случаях за время  $\tau$  частица проходит меньший путь вдоль поля  $\varepsilon$ , что равносильно уменьшению дрейфовой скорости  $v_d$ , или подвижности  $\mu$ , т.к.  $\mu$  пропорциональна пути, пройденному частицей на длине свободного пробега в направлении поля.

Таким образом, в случае легированного полупроводника (или металла) сопротивление образца увеличивается вследствие уменьшения вклада в проводимость быстрых и медленных носителей заряда.

В случае прямоугольного образца полупроводника с собственной проводимостью  $\sigma_i$  холловское поле проявляется как разностный эффект вследствие различия подвижностей электронов и дырок. В этом случае действие магнитного поля тоже ничем не компенсируется, и носители заряда непрерывно отклоняются на своем пути от направления прикладываемого электрического поля  $\varepsilon$ . Соответственно в собственных полупроводниках эффект магнитосопротивления проявляется значительно сильнее, чем в легированных, где холловское поле в значительной степени выправляет траектории движения носителей заряда.

Магниторезистивный эффект зависит от формы образца. Если взять образец в виде диска, в центре которого расположен один контакт, а по окружности нанесен другой (диск Корбино), то такой образец будет моделировать образец с неограниченными размерами. Так как носители заряда движутся по радиусу, то в магнитном поле они отклоняются в направлении, перпендикулярном радиусу, следовательно, разделение зарядов не происходит и холловское поле не образуется.

Кроме того, сопротивление такого образца будет значительно выше, чем прямоугольного, причем величина сопротивления его будет прямо пропорциональна величине напряженности магнитного поля  $\bar{B}$ .

## Контрольные вопросы

1. Как зависит от температуры энергия тепловых колебаний атомов решетки?
2. Как влияет увеличение температуры на энергию теплового движения носителей заряда в полупроводниках и металлах?
3. В чем отличие вырожденного состояния электронного газа от невырожденного?
4. Сравнить по величине скорости хаотического движения носителей зарядов в металлах и полупроводниках. Объяснить различие.
5. Как зависит от температуры концентрация носителей заряда в легированных полупроводниках? Привести зависимости  $\ln(n)$  от  $T$  и объяснить их характер.
6. Чем определяется собственная концентрация носителей  $n_i$  в полупроводниках?
7. Оценить изменение концентрации носителей в металлах с ростом температуры.
8. Почему при расчетах электропроводности проводников учитывается полная концентрация носителей заряда, если реально в проводимости участвуют только ферми-электроны?
9. Дать определение физического смысла подвижности носителей заряда  $\mu$ . Чем определяется величина  $\mu$ ?
10. Почему обычно  $\mu_n > \mu_p$ ?
11. Привести выражения, определяющие основные параметры электропереноса  $v_d$ ,  $\mu$ ,  $\sigma_n$ ,  $\sigma_i$ ,  $j$ , для случаев полупроводников и металлов.
12. Как зависит величина времени свободного пробега электронов  $\tau_p$ , от напряженности внешнего поля  $\varepsilon$  и температуры  $T$  в случаях: а) полупроводника; б) металла?
13. Где больше подвижность носителей заряда в металлах или полупроводниках? Почему?
14. Как влияет на величину подвижности увеличение концентрации носителей в полупроводнике?

15. Объяснить зависимость  $\mu = f(T)$  для случая легированного полупроводника.

16. Охарактеризовать движение положительно заряженной частицы в скрещенных электрическом и магнитных полях. Привести рисунок.

17. Объяснить механизм образования эффекта Холла в прямоугольном образце полупроводника  $p$  – типа. Привести рисунок для стационарного состояния.

18. Чем определяется' величина ЭДС Холла в легированном полупроводнике?

19. Рассмотреть механизм образования эффекта Холла в собственном полупроводнике. Привести рисунок.

20. Чем определяется величина ЭДС Холла в собственном полупроводнике?

21. Сравнить по величине ЭДС Холла, измеренную в образцах легированного полупроводника, собственного и в металле. Условия измерений и размеры образцов одинаковы.

22. Чем создается заряд на противоположной грани образца в случаях образования ЭДС Холла в собственном полупроводнике, в легированном, в металле?

23. Какие основные электрофизические параметры полупроводника можно определить с помощью эффекта Холла?

24. Известны размеры образца  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ; текущий через образец ток  $I$ ; приложенное к образцу напряжение  $U$ ; индукция магнитного поля  $B$ . Привести выражения для определения  $n$ ,  $p$ ,  $\sigma$ ,  $\nu_d$ ,  $\mu$ ,  $R_x$ ,  $U_x$ .

25. Дать определение и описать механизмы возникновения эффекта Эттингсгаузена в случаях собственного полупроводника и легированного. В каком случае эффект более ярко выражен? Почему?

24. Дать сравнительный анализ механизмов возникновения магниторезистивного эффекта в собственном и легированном полупроводниках.

25. Рассмотреть поведение дырок в образце полупроводника  $p$  – типа в форме диска Корбино при помещении его в скрещенные магнитное и электрическое поля. Привести рисунок.

## Литература

1. Барыбин А.А. Электроника и микроэлектроника. Физико-технологические основы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
2. Епифанов Г.И., Мома Ю.А. Твердотельная электроника. – М.: Высш. школа, 1986.
3. Епифанов Г.И., Мома Ю.А. Физические основы конструирования и технологии РЭА и ЭВА. – М.: Сов. радио, 1979.
4. Киреев П.С., Физика полупроводников. – М.: Высш. школа, 1971.
5. Шалимова К.В., Физика полупроводников. – М.: Энергия, 1971.
6. Стилбанс Л.С. Физика полупроводников. – М.; Сов. радио, 1967.