

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»

Кафедра химии

И.В. Боднарь, А.А. Позняк, В.А. Полубок

**ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ
И ТЕХНОЛОГИИ РЭС и ЭВС**

ПРОГРАММА,
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
и
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
для студентов специальности
«Производство и проектирование РЭС»
и
«Моделирование и компьютерное проектирование РЭС»
заочной формы обучения

Минск 2011

В пособие включены: программа курса, список рекомендуемой литературы, методические указания, краткие теоретические сведения и расчётные формулы, примеры решения типовых задач, контрольные задания и справочные данные, необходимые для их выполнения.

- © А.А. Позняк,
компьютерная вёрстка, исправления, 2011
- © И.В. Боднарь, А.А. Позняк, В.А. Полубок,
составление, 2009
- © А.А. Позняк, В.А. Полубок,
рисунки, 2007

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ	7
Указания к выполнению контрольных работ	7
Программа курса "ФХОМ и Т РЭС и ЭВС"	8
Лабораторные работы по дисциплине "ФХОМ и Т РЭС и ЭВС"	14
Рекомендуемая литература	15
Основная литература	15
Дополнительная литература	15
Перечень методических пособий	16
Тема 1. СТРОЕНИЕ ТВЁРДЫХ ТЕЛ. ОСНОВЫ	
 КРИСТАЛЛОГРАФИИ	17
1.1. Краткие теоретические сведения	17
1.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 1	22
Пример 1	22
Пример 2	23
1.3. Теоретические вопросы к теме 1	27
Тема 2. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ.....	29
2.1. Краткие теоретические сведения	29
2.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 2	34
Пример 1	34
Пример 2	35
Пример 3	36
2.3. Теоретические вопросы к теме 2.....	40
Тема 3. ОСНОВЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЁРДЫХ ТЕЛ И	
 КВАНТОВОЙ СТАТИСТИКИ	42
3.1. Краткие теоретические сведения	42
3.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 3	49
Пример 1	49
3.3. Теоретические вопросы к теме 3.....	53
Тема 4. ОСНОВЫ СТАТИСТИКИ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В	
 МЕТАЛЛАХ И ПОЛУПРОВОДНИКАХ.....	55
4.1. Краткие теоретические сведения	55
Распределение электронов в металле	55
Концентрация носителей заряда и положение уровня Ферми	
в полупроводниках	57
4.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 4	63
Пример 1	63
Пример 2	64
Пример 3	64
4.3. Теоретические вопросы к теме 4.....	69

Тема 5. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЁРДЫХ ТЕЛ.....	71
5.1. Краткие теоретические сведения	71
5.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 5	77
Пример 1	77
Пример 2	78
5.3. Теоретические вопросы к теме 5.....	83
Тема 6. ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ТВЁРДЫХ ТЕЛАХ.....	85
6.1. Краткие теоретические сведения	85
6.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 6	89
6.3. Теоретические вопросы к теме 6.....	93
Тема 7. ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА ТВЁРДЫХ ТЕЛ	96
7.1. Краткие теоретические сведения	96
7.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 7	106
7.3. Теоретические вопросы к теме 7.....	109
Тема 8. ОПТИЧЕСКИЕ И ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЁРДЫХ ТЕЛАХ	111
8.1. Краткие теоретические сведения	111
8.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 8	114
Пример 1.....	114
Пример 2.....	115
8.3. Теоретические вопросы к теме 8.....	119
Тема 9. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОНТАКТОВ МАТЕРИАЛОВ	121
9.1. Краткие теоретические сведения	121
9.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 9	127
9.3. Теоретические вопросы к теме 9.....	131
Тема 10. ПРОВОДНИКОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ.....	134
10.1. Задачи для индивидуальной работы к теме 10.....	134
10.2. Теоретические вопросы к теме 10.....	137
Тема 11. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ.....	139
11.1. Задачи для индивидуальной работы к теме 11	139
11.2. Теоретические вопросы к теме 11.....	142
Тема 12. МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ	144
12.1. Задачи для индивидуальной работы к теме 12.....	144
12.2. Теоретические вопросы к теме 12.....	147
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	149
Основные физические постоянные.....	150

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Дисциплина "Физико-химические основы микроэлектроники и технологии РЭС и ЭВС" изучается студентами заочного обучения на 2-м курсе в осеннем семестре.

Учебная работа студента-заочника по изучению курса включает в себя прослушивание лекций по дисциплине, самостоятельное изучение материала по учебникам и учебным пособиям, выполнение контрольной работы, отработку и защиту лабораторных работ, сдачу экзамена.

В период установочно-экзаменационной сессии учебным планом по курсу предусмотрено чтение обзорных лекций в объёме 8 часов и выполнение трёх лабораторных работ. Защита лабораторных работ проводится по контрольным вопросам, помещённым в конце соответствующих методических пособий. К сдаче экзамена допускаются студенты, имеющие зачётную контрольную работу и защищённые лабораторные работы.

Основным видом работы студента-заочника является самостоятельная работа.

Указания к выполнению контрольных работ

К выполнению контрольной работы необходимо приступать только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы, внимательного ознакомления с примерами решений типовых задач. В пособии приводятся все необходимые теоретические сведения для решения предлагаемых задач. Для ответов на теоретические вопросы необходимо использовать рекомендуемую литературу. Справочные данные помещены в приложении.

При выполнении контрольных работ необходимо руководствоваться следующими требованиями:

1. Контрольные работы выполняются только по условиям задач данного пособия.

2. Контрольные работы выполняются в школьной тетради, на обложке которой указываются сведения по следующему образцу:

Контрольная работа
по курсу "ФХОМиТ"

студента факультета заочного, вечернего и дистанционного обучения БГУИР

Фамилия, имя, отчество

Шифр

Домашний адрес:

3. Номер варианта контрольной работы определяется по последним цифрам шифра своей зачётной книжки. По каждой теме требуется ответить на один теоретический вопрос и решить одну задачу. Номера контрольных вопросов и задач одинаковы.

4. Контрольная работа выполняется чернилами. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля.

5. Условия задач или вопросов переписываются полностью без сокращений в том порядке, в каком они указаны в задании данного варианта. Каждый следующий вопрос и, соответственно, ответ на него должен начинаться с новой страницы.

6. Ответы на вопросы должны быть полными. Переписывать параграфы и абзацы учебника запрещается. В случае необходимости ответ иллюстрируется рисунками и графиками. При решении задач приводится весь ход решений, включая математические преобразования и расчёты. Значения физических величин выражаются в единицах СИ.

7. В конце работы приводится список используемой литературы.

8. Работа должна быть датирована, подписана студентом и доставлена в университет на рецензирование.

9. После получения прорецензированной работы студент обязан выполнить указания преподавателя. Все исправления выполняются в конце тетради в разделе "Работа над ошибками", а не в рецензируемом тексте.

10. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, она выполняется повторно в соответствии с указаниями рецензента. Повторная работа представляется только вместе с предыдущей незачтённой.

11. Студент должен быть готов дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

12. Работа, выполненная не по своему варианту, не рецензируется.

Программа курса "ФХОМ и Т РЭС и ЭВС"

Структура материалов электронной техники. Кристаллические твердые тела. Основы кристаллографии. Агрегатные состояния вещества. Основные свойства кристаллических веществ. Симметрия в твердых телах. Виды симметрии. Сингонии. Кристаллические решетки. Решетки Браве. Основные виды решеток, характеристики. Обозначение узлов и направлений в кристаллах. Индексы Миллера

Аморфные вещества. Определение и основные свойства аморфных веществ. Процессы стеклования.

Дефекты структуры. Дефекты структуры кристаллов, их классификации. То-

чечные дефекты (по Шоттки, по Френкелю, примесные) и их влияние на физические свойства материалов. Дислокации. Виды дислокаций, образование и их влияние на физические свойства материалов. Линейные, объемные, поверхностные дефекты и их влияние на физические свойства материалов.

Рост кристаллов. Процессы роста кристаллов. Методы и технологии выращивания кристаллов: одно- и двухтемпературные методы (вертикальный и горизонтальный), метод обменных реакций, Методы выращивания монокристаллов: Обреимова-Шубникова, Степанова, Бриджмена-Стокбаргера, Чохральского, Киропулоса, вытягивания «из капли» и «из лужи», Вернейля, химических транспортных реакций, зонной плавки, бестигельной зонной плавки, выращивание монокристаллов из расплава – раствора.

Основы квантовой механики. Описание частицы волновым пакетом. Фазовая и групповая скорости. Соотношение Гейзенберга. Дифракция электронов. Физический смысл волны де-Бройля. Понятие волновой функции электрона. Принцип суперпозиции состояния. Уравнение Шредингера. Стационарное (амплитудное) уравнение Шредингера. Решение уравнения Шредингера. Требование к волновой функции. Прохождение частицы через потенциальный барьер. Туннельный эффект. Движение частицы в потенциальной яме. Линейный гармонический осциллятор. Водородоподобный атом. Минимальная энергия атома водорода. Многоэлектронные атомы. Принцип Паули. Число состояний и порядок заполнения квантовых состояний.

Виды химических связей. Образование ионной связи. Свойства ионных кристаллов. Образование и свойства ковалентной связи. Особенности химической связи в полупроводниках. Образование металлической связи. Свойства металлов. Молекулярная связь. Способ образования и свойства.

Зонная теория твердых тел. Модель сильной связи. Модель слабой связи (модель периодического потенциала). Функции Блоха. Дисперсионная зависимость $E(k)$. Зоны Бриллюэна. Причины образования запрещенных зон в энергетическом спектре кристалла. Число уровней в разрешенных зонах. Приведенные зоны. Металлы, полупроводники и диэлектрики в свете зонной теории. Эффективная масса электрона. Понятие дырки. Собственные и примесные полупроводники. Положение примесных уровней в полупроводниках.

Физические процессы в диэлектриках. Основные электрические характеристики. Механизмы поляризации диэлектриков. Электропроводность диэлектриков. Зависимость диэлектрической проницаемости от частоты переменного поля. Диэлектрические потери и механизмы диэлектрических потерь. Тангенс угла диэлек-

трических потерь. Мощность диэлектрических потерь. Электрическая прочность диэлектриков. Физико-механические свойства диэлектриков. Особенности свойств тонкопленочных диэлектриков. Микроробой и электрическая прочность тонких пленок.

Классификация, применение диэлектриков. Неорганические диэлектрические материалы. Классификация неорганических диэлектрических материалов. Керамика и стекло. Установочная керамика. Электровакуумные стекла. Ситаллы. Состав, основные свойства, применение в электронной технике. Оксидные пленки металлов. Стекловолоконистые материалы, люминофоры. Основные свойства, получение, способы применения в деталях электронной техники.

Органические диэлектрические материалы. Полиэтилен, полистирол, фторопласт, полиамиды, полиэфирные смолы, эпоксидные смолы, эластомеры, другие полимерные материалы. Композиционные порошковые пластмассы. Волокнообразные диэлектрики, лаки, клеи, битумы, компаунды. Состав, свойства, использование в изделиях электронной техники.

Активные диэлектрики. Сегнетоэлектрики, пьезоэлектрики, пироэлектрики, электреты, жидкие кристаллы. Классификация и свойства ЖК. Методы получения жидких кристаллов. Электрооптические эффекты жидких кристаллов. Состав, получение, основные свойства, использование в электрических приборах.

Диэлектрики для микроэлектроники Основные требования, предъявляемые к диэлектрикам в микроэлектронике. Материалы тонкопленочных гибридных интегральных схем (подложки; межуровневая и межкомпонентная изоляция; для тонкопленочных конденсаторов; для защитных покрытий интегральных схем). Способы получения тонких диэлектрических пленок. Материалы для толстопленочных гибридных интегральных схем (подложки; межслойная изоляция; для толстопленочных конденсаторов; для защитных покрытий интегральных схем).

Статистика носителей зарядов в полупроводниках и металлах. Статистика носителей зарядов в твердых телах. Функции распределения Максвелла-Больцмана, Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна. Распределение Ферми-Дирака для металлов. Плотность заполнения уровней в полупроводниках. Определение концентрации носителей в полупроводниках. Положение уровня Ферми и концентрация носителей заряда в собственных полупроводниках. Положение уровня Ферми и концентрация носителей заряда в примесных полупроводниках. Вырожденные полупроводники. Компенсированные полупроводники. Концентрация носителей в металлах.

Электропроводность твердых тел. Равновесное состояние электронного газа в проводнике. Процессы рассеяния. Удельная электропроводность для вырожденного и невырожденного электронного газа. Подвижность свободных носителей. Зависимость подвижности носителей заряда от температуры для вырожденного и невырожденного газов. Электропроводность металлов и сплавов. Электропроводность собственных и примесных полупроводников. Закон Видемана-Франца.

Перенос заряда в полупроводниках. Процессы генерации и рекомбинации носителей заряда. Равновесные и неравновесные носители заряда. Излучательная и безызлучательная рекомбинация. Токперенос в полупроводниках при наличии градиента концентрации. Соотношение Эйнштейна. Уравнение непрерывности. Диффузионная длина. Время жизни неравновесных носителей.

Электропроводность в сильных полях. Критерий сильного поля. Разогрев электронного газа. Закон Джоуля-Ленца. Зависимость подвижности от напряженности поля. Влияние поля на концентрацию носителей. Термоэлектронная ионизация Френкеля, ударная и электростатическая ионизация. Эффект Ганна.

Полупроводниковые материалы, применение. Требования, предъявляемые к полупроводниковым материалам в современной электронной технике. Простые полупроводники. Германий, кремний, их основные свойства. Методы получения, очистка, применение. Полупроводниковые пленки. Полупроводниковые соединения группы $A^{III}B^V$. Основные свойства соединений этой группы материалов (арсенид галлия, арсенид индия, антимонид фосфора, антимонид галлия, нитрид бора, арсенид бора и т.д.). Гетероструктуры. Полупроводниковые соединения группы $A^{II}B^{VI}$. Основные свойства соединений этой группы материалов (теллуриды свинца, ртути, кадмия; сульфиды свинца, ртути, кадмия; селениды свинца, ртути, кадмия). Полупроводниковые соединения группы $A^{IV}B^{IV}$. Карбид кремния, его основные свойства, методы получения, применение в электронной технике.

Проводники. Классификация проводниковых материалов. Тугоплавкие, неметаллические, материалы высокой проводимости. Ионики, твёрдые электролиты. Требования к проводящим материалам. Медь, алюминий, серебро, золото, молибден. Сплавы на основе меди и алюминия.

Материалы высокого удельного сопротивления. Требования к резистивным материалам. Углеродистые и металлопленочные резистивные материалы, хромсилицидные сплавы и композиции, полупроводниковые резистивные материалы, стеклоэмали, стеклоэмалевые резисторы; сплавы для термопар, для нагреватель-

ных приборов.

Проводниковые материалы в микроэлектронике. Основные требования, предъявляемые к проводящим материалам в микроэлектронике. Проводники тока, металлизация на основе этих материалов: алюминий, медь, золото, серебро. Основные требования, предъявляемые к электродным материалам. Понятие выпрямляющего и омического контактов. Сплавы для омических контактов. Электроды для тонкопленочных конденсаторов. Металлы и сплавы с высоким удельным сопротивлением. Керметы. Основные требования, предъявляемые к этим материалам в микроэлектронике. Тонкопленочные проводники.

Сверхпроводимость материалов. Основные закономерности изменения физических свойств материалов при переходе в сверхпроводящее состояние. Теория Бардина-Купера-Шриффера (БКШ). Сверхпроводники первого и второго рода. Эффекты Джозефсона. Новые сверхпроводящие материалы, применение и перспективы.

Гальваномагнитные эффекты. Эффект Холла в примесных полупроводниках и металлах. Эффект Холла в собственном полупроводнике. Эффект магнетосопротивления. Эффект Эттингсгаузена в случаях собственного и примесного полупроводников.

Тепловые свойства твердых тел. Нормальные колебания атомов в кристалле. Дисперсионные зависимости для акустических и оптических колебаний. Спектр нормальных колебаний решетки. Тепловые колебания с квантовой точки зрения. Фононы. Теплоемкость кристаллической решетки. Законы Дюлонга-Пти и Дебая. Характеристическая температура Дебая. Теплоемкость электронного газа. Тепловое расширение твердых тел. Теплопроводность решетки, ее зависимость от температуры. Теплопроводность электронного газа. Зависимость от температуры.

Контактные явления в МЭ. Классификация контактных явлений. Работа выхода. Термоэлектронная эмиссия. Контакт металл-металл. Контактная разность потенциалов. Выпрямление на контакте металл-металл. Выпрямляющие и невыпрямляющие контакты металла с полупроводниками n- и p-типов проводимости. Энергетические диаграммы. ВАХ барьера Шоттки. Электронно-дырочный переход. Классификация. Равновесное состояние электронно-дырочного перехода. Энергетическая диаграмма контакта. Выпрямляющие свойства p-p-перехода. Энергетические диаграммы. ВАХ p-p-перехода. Омический контакт двух полупроводников. Гетеропереходы.

Физико-химические основы поверхностных процессов. Адсорбционные

процессы на поверхности твёрдых тел. Понятия адгезии и когезии. Факторы, влияющие на адгезию. Электрофизические характеристики соприкасающихся поверхностей и границ раздела слоёв.

Поверхностные свойства полупроводников. Поверхностные состояния в полупроводниках. Быстрые и медленные состояния. Поверхностный слой объёмного заряда для случаев образования обогащенных и обедненных слоев. Зонные диаграммы для р- и п-типов полупроводников при образовании обогащенных, обедненных и инверсных слоев. Поверхностная рекомбинация. Скорость поверхностной рекомбинации. Эффект поля. Влияние поверхностного потенциала на поверхностную проводимость.

Физико-химические основы технологии обработки поверхностей. Процессы подготовки поверхности. Процессы очистки, промывки и пропитки поверхностей. Травление поверхностей. Ионно-плазменные и плазмохимические процессы. Диффузионные процессы. Ионная имплантация.

Оптические свойства твердых тел. Взаимодействие света с кристаллической средой. Закон Бугера-Ламберта. Оптические свойства металлов. Механизмы поглощения света в полупроводниках. Фотопроводимость. Зависимость коэффициента поглощения света α от энергии фотонов падающего света E_{ϕ} . Собственное поглощение в прямозонных и непрямозонных полупроводниках. Экситонное и примесное поглощение света в полупроводниках. Зависимость $\alpha = f(E_{\phi})$ для этих механизмов. Механизмы поглощения света свободными носителями заряда и на оптических колебаниях решетки. Эффект Франца-Келдыша. Квантовые генераторы (лазеры).

Магнитные свойства твердых тел. Основные магнитные характеристики материалов. Магнитные свойства атомов. Классификация магнитных материалов. Природа диа- и парамагнетизма. Ферро- и антиферромагнетизм. Механизмы намагничивания магнетиков в постоянном и переменных полях. Механизмы рассеяния энергии в ферромагнетиках при их перемагничивании. Магнитострикция. Ферримагнетизм. Цилиндрические магнитные домены. Эффект Фарадея.

Магнитные материалы. Основные свойства магнитных материалов. Магнитомягкие материалы. Общая характеристика и требования, предъявляемые к этой группе материалов. Технически чистое железо. Электротехнические стали. Пермаллой. Магнитомягкие высокочастотные материалы. Ферриты. Магнитодиэлектрики. Магнитострикционные материалы. Магнитотвердые материалы. Общая характеристика и требования, предъявляемые к этой группе материалов.

Сплавы на основе благородных и редкоземельных металлов. Материалы для магнитной записи. Магнитные материалы в микроэлектронике. Магнитные пленки. Гигантское магнетосопротивление. Материалы для устройств на цилиндрических магнитных доменах (ЦМД), их основные свойства.

Тонкие пленки в МЭ. Классификация, образование и структура тонких пленок. Процессы нанесения пленок на подложку из жидкой и твердой фазы. Эпитаксиальные процессы. Механизмы роста на ориентирующих и на неориентирующих подложках. Физические свойства тонких пленок. Электропроводность тонких пленок.

Наноматериалы и наноэлектроника. Размерные критерии. Основные явления в наноразмерных структурах. Основы нанотехнологий (традиционные методы, методы с использованием сканирующих зондов, самосборка и самоорганизация, формирование плёнок Лэнгмюра–Блоджетт) и формирования наноструктурированных материалов (пористый кремний, анодный оксид алюминия, углеродные нанотрубки).

Деформация и напряжения в твердых телах. Упругая и пластическая деформации кристаллов. Дислокационный механизм пластической деформации кристаллов. Деформация поликристаллов. Механизм и кинетика процессов механического разрушения твердых тел.

Лабораторные работы по дисциплине "ФХОМ и Т РЭС и ЭВС"

1. Исследование поверхностной проводимости полупроводников.
2. Изучение контактных явлений. Изучение ВАХ контактов материалов различной природы, определение высоты потенциального барьера Шоттки.
3. Изучение контактных явлений. Определение высоты потенциального барьера контакта Шоттки по температурным зависимостям прямого тока.
4. Определение электрофизических характеристик полупроводников из измерений эффекта Холла.
5. Спектры поглощения и определение ширины запрещённой зоны полупроводников.
6. Изучение структуры кристаллов.
7. Изучение механизмов поляризации диэлектриков.
8. Электропроводность диэлектриков и диэлектрические потери.
9. Исследование теплового расширения твёрдых тел.

Рекомендуемая литература

Основная литература

10. Стилбанс Л.С. Физика полупроводников. — М.: Сов. радио, 1967.
11. Новиков В.В. Теоретические основы микроэлектроники. — М.: Высшая школа, 1972.
12. Епифанов Г.И., Мома Ю.А. Физические основы конструирования и технологии РЭА и ЭВА. — М.: Сов. радио, 1979.
13. Штернов А.А. Физические основы конструирования, технологии РЭА и микроэлектроники. — М.: Радио и связь, 1981.
14. Фистуль В.И. Введение в физику полупроводников. — М.: Высшая школа, 1984.
15. Епифанов Г.И., Мома Ю.А. Твердотельная электроника. — М.: Высшая школа, 1986.
16. Курносков А.И., Юдин В.В. Технология производства полупроводниковых приборов и интегральных микросхем. Уч. пос. — М.: Высш. шк., 1986.
17. Летюк Л.М. Технология производства материалов магнитоэлектроники: Учебник для вузов. — М.: Металлургия, 1994.
18. Айвазов А.А. Неупорядоченные полупроводники: Учебное пособие, — М.: Высшая школа. 1995.
19. Сорокин В.С. и др. Вопросы, задачи по курсу «Материалы электронной техники». — С.-Петербург, Лань, 2001.
20. Воробьев Л.Е., Ивченко Е.Л., Фирсов Д.А., Шалыгин В.А. Оптические свойства наноструктур: Учеб. пособие. Под ред Е.Л. Ивченко и Л.Е. Воробьева. — С.-Петербург: Наука, 2001.
21. Тиаров Ю.М., Цветков В.Ф. Технология полупроводниковых и диэлектрических материалов. — С.-Петербург: Лань, 2002.
22. Пасынков В.В., Сорокин В.С. Материалы электронной техники. — С.-Петербург, Лань, 2003.
23. Андриевский Р.А., Рагуля А.В. Наноструктурные материалы. — М.: Академия, 2005.

Дополнительная литература

1. Федотов Я.А. Основы физики полупроводниковых приборов. — М.: Сов. радио, 1970.

2. Медведев С.А. Введение в технологию полупроводниковых материалов. — М.: Высшая школа, 1970.
3. Тарасов Л.В. Физические основы квантовой электроники. — М.: Сов. радио, 1976.
4. Палатник Л.С., Сорокин В.К. Материаловедение в микроэлектронике. — М.: Энергия, 1978.
5. Гусева М.Б., Дубинина Е.М. Физические основы твердотельной электроники. — М.: МГУ, 1986.
6. Крапухин В.В., Соколов И.А., Кузнецов Г.Д. Технология материалов электронной техники. Теория процессов полупроводниковой технологии: Учебник для вузов. — М.: Московский институт стали и сплавов (МИСИС), 1995.
7. Зайцев Ю.В., Кузицина Т.К., Кустов Д.Е. Расчет физико-химических характеристик элементов проводников: Методическое пособие. — М.: Изд-во МЭИ, 2001.

Перечень методических пособий

1. Методическое пособие к лабораторным работам по курсу "Физико-химические основы микроэлектроники, конструирования и технологии РЭС и ЭВС". — Мн.: ротапринт БГУИР, 1997.
2. Методическое пособие для самостоятельной работы студентов по курсу "Физико-химические основы микроэлектроники, конструирования и технологии РЭС и ЭВС". Раздел "Контактные явления". — Мн.: ротапринт БГУИР, 1998.
3. Методическое пособие для самостоятельной работы студентов по курсу "Физико-химические основы микроэлектроники, конструирования и технологии РЭС и ЭВС". Раздел "Электрофизические характеристики полупроводников и металлов. Гальваномагнитные эффекты". — Мн.: ротапринт БГУИР, 1998.
4. Программа, методические указания и контрольные задания для студентов специальности "Проектирование и производство РЭС" заочной формы обучения в 2-х частях. Часть 1. — Мн.: ротапринт БГУИР, 2000.
5. Программа, методические указания и контрольные задания для студентов специальности "Проектирование и производство РЭС" заочной формы обучения в 2-х частях. Часть 2. — Мн.: ротапринт БГУИР, 2000.
6. Электрофизические характеристики диэлектриков: лаб. практикум по дисц. "Физико-химические основы микроэлектроники и технологии РЭС и ЭВС" всех форм обуч. — Мн.: БГУИР, 2007.
7. Физико-химические основы микроэлектроники и технологии. Лабораторный практикум. — Мн.: БГУИР, 2011.

Тема 1. СТРОЕНИЕ ТВЁРДЫХ ТЕЛ. ОСНОВЫ КРИСТАЛЛОГРАФИИ

1.1. Краткие теоретические сведения

Твёрдыми телами называются тела, которые обладают постоянством формы и объёма. Различают *кристаллические* твёрдые тела и *аморфные*. В кристаллах частицы вещества образуют внутренне упорядоченную периодическую структуру. В этом смысле говорят о присущем кристаллам дальнем порядке. Характерной особенностью кристаллов является их *анизотропия* — зависимость физических свойств от направления в кристалле, а также наличие определённой температуры плавления. Причиной анизотропии является периодичность внутренней структуры кристалла, когда расстояния между частицами, а значит и силы связи между ними, неодинаковы в различных направлениях.

Аморфные твёрдые тела представляют собой переохлаждённые жидкости. В них наблюдается главным образом *ближний порядок*, когда расположение соседних атомов вблизи какого-либо выделенного атома почти периодически, а в расположении последующих соседей имеются малые случайные отклонения, которые, накапливаясь, приводят к *разупорядочиванию* структуры. Для аморфных веществ характерны *изотропия* свойств и наличие определённого *интервала температур*, в котором вещество плавится.

Для описания упорядоченного расположения частиц в кристалле удобно ввести понятие *кристаллической решётки*. Кристаллической решёткой называется пространственная сетка, в узлах которой расположены атомы вещества. Исходя из периодичности внутренней структуры, в кристалле можно выделить наименьший объём, который сохраняет все особенности данной кристаллической структуры. Эта выделенная часть кристалла, *трансляцией* (смещением) которой по трем направлениям можно построить весь кристалл, называется *элементарной ячейкой*. Векторы трансляции a , b , c образуют рёбра элементарной ячейки. Их задание определяет пространственную решётку кристалла. Длины рёбер элементарной ячейки a , b , c называют параметрами решётки.

По расположению частиц решётки подразделяются на *простые* и *сложные*. Если элементарная ячейка содержит узлы только в вершинах, то такие решётки называются *простыми*. Очевидно, что пространственные решётки являются простыми. Если кроме вершин узлы содержатся в серединах каждой грани, то такие решётки называются *гранецентрированными*. Если кроме вершин еще имеется узел и в середине объёма, то решётки называются *объёмноцентриро-*

ванными. Если узлы находятся в вершинах и в серединах граней оснований, то решётки называются *базоцентрированными*.

Для некоторых решёток расположение узлов в элементарных ячейках будет иметь следующий вид (рис. 1.1).

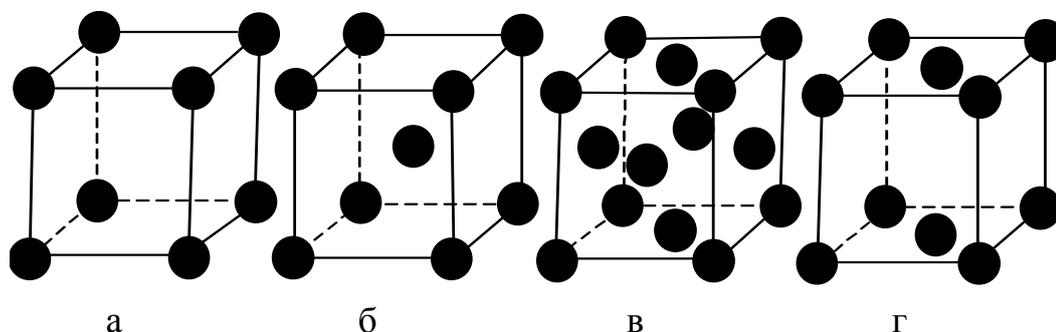


Рисунок 1.1. Элементарные ячейки кристаллов:
а– простая решётка; б– объёмноцентрированная;
в– гранецентрированная; г– базоцентрированная

Любую сложную решётку можно представить в виде нескольких простых, вставленных одна в другую. При этом указывается векторы смещения этих подрешёток друг относительно друга. Векторы смещения называются *базисными*, а сами решётки — *решётками с базисом*.

Для построения таких решёток необходимо транслировать не узел, а базис, задаваемый совокупностью базисных, векторов (рис. 1.2).

Ниже приведены описания немногих простых кристаллических структур, представляющих общий интерес. К ним относятся, в частности, кубические структуры, структура алмаза, гексагональная структура с плотной упаковкой, кубические структуры типа NaCl, CsCl.

Пространственную решётку алмаза можно рассматривать как две вложенные друг в друга кубические гранецентрированные решётки, смещённые одна относительно другой на расстояние четверти пространственной диагонали куба. Этот тип решётки присущ многим полупроводникам (кремнию, германию) и полупроводниковым соединениям.

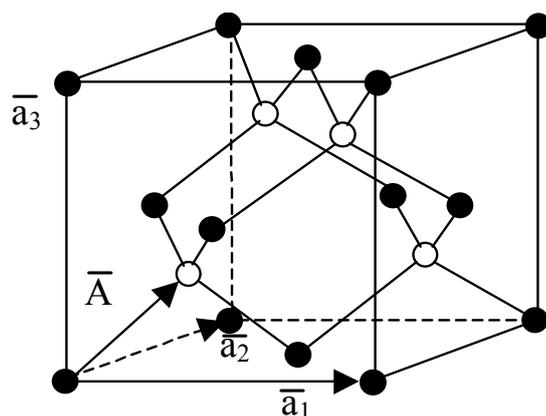


Рисунок 1.2. Элементарная кубическая ячейка решётки алмаза (узлы, соответствующие ГЦК решётке, смещённой на вектор \bar{A} ($a/4, a/4, a/4$) вдоль пространственной диагонали, показаны светлыми кружками)

Элементарная ячейка гексагональной плотноупакованной структуры (ГПУ) представлена на рис. 1.3 причём размеры атомов уменьшены для того, чтобы показать их геометрическое расположение в решётке. Для гексагональной решётки выполняется соотношение: $c/a = (8/3)^{1/2} = 1,633$.

Структура хлорида натрия показана на рис. 1.4, пространственная решётка которого состоит из равного числа ионов Na^+ и Cl^- , размещённых в узлах простой кубической решётки.

На рис. 1.5 показана структура хлорида цезия. В структуре CsCl на элементарную ячейку приходится одна формульная единица, атомы расположены в узлах куба с координатами Cs $(0\ 0\ 0)$ и Cl $(\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2})$.

Из геометрических характеристик кристаллических решёток особый интерес представляют:

- координационное число К.Ч. — число ближайших соседей для каждого атома (иона);
- число частиц n , приходящихся на элементарную ячейку, определяет базис решётки s ;
- степень упаковки f , равная отношению объёма, занятого атомами (как твёрдыми шарами) в элементарной ячейке, к её объёму.

Для простой решётки: К.Ч. = 6; $n = s = 8 \cdot 1/8$ (восемь атомов рас-

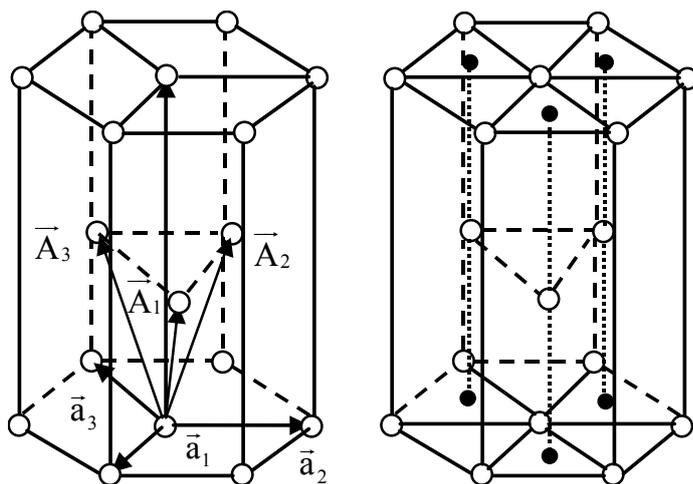


Рисунок 1.3. Относительное расположение атомов в структуре с ГПУ (три элементарные ячейки составляют шестигранную призму)

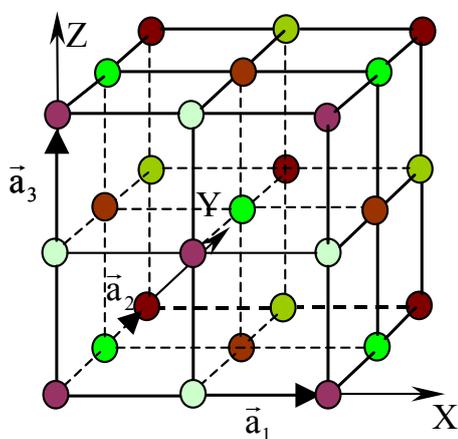


Рисунок 1.4. Структура кристалла NaCl
— ионы Na^+ , — ионы Cl^-

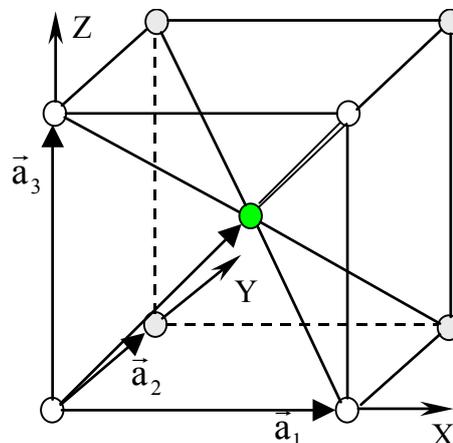


Рисунок 1.5. Структура кристалла CsCl
— ионы Cs^+ , — ионы Cl^-

положены в вершинах куба, каждый из которых принадлежит кубу на $1/8$ часть); плотность упаковки 52%.

Для ОЦК: К.Ч. = 8, $n = s = 8 \cdot \frac{1}{8} + 1 = 2$; плотность упаковки 68%.

Для ГЦК: К.Ч. = 8, $n = s = 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4$; плотность упаковки 74%.

Для обозначения направлений, узлов и плоскостей в решётке используются *индексы Миллера*, которые определяются следующим образом.

Индексы узлов. Положение узлов элементарной ячейки задается координатами, выраженными в единицах постоянных решётки a , b , c . Начало координат берется в вершине элементарной ячейки. Если $x = ma$, $y = nb$, $z = pc$, где m , n , p — целые числа, то числа m , n , p называют координатами узла и записывают $[[m \ n \ p]]$. Например, в кубической решётке центр имеет координаты $[[\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2}]]$, а центры граней $[[\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 0]]$, $[[0 \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2}]]$, $[[\frac{1}{2} \ 0 \ \frac{1}{2}]]$.

Индексы направлений. Для задания направления в кристалле выбирается прямая, проходящая через начало координат и первый узел, лежащий на этой прямой. Пусть координаты данного узла $[[hkl]]$. Тогда индексы узла, записанные в одинарных квадратных скобках, будут определять кристаллографическое направление $[hkl]$. Для кубических кристаллов направление $[hkl]$ перпендикулярно плоскости (hkl) , имеющей те же индексы. Период идентичности вдоль прямой, заданной индексами $[hkl]$ в кубической решётке, выражается соотношением

$$a = d\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}, \quad (1.1)$$

где a — параметр решётки.

Угол φ между прямыми $[h_1 \ k_1 \ l_1]$ и $[h_2 \ k_2 \ l_2]$ в кубической решётке определяется с помощью формулы

$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2} \cdot \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}}. \quad (1.2)$$

Совокупность физически эквивалентных направлений (семейство направлений) обозначается как $\langle h \ k \ l \rangle$.

Индексы плоскостей. Положение плоскости в кристалле задается индексами Миллера. Для их нахождения требуется:

а) найти точки пересечения плоскости с координатными осями и выразить полученные расстояния в единицах длин рёбер элементарной ячейки;

б) взять обратные величины полученных чисел, привести к общему знаменателю и знаменатель отбросить. Результат записать в круглых скобках: (hkl) .

Символом $\{hkl\}$ обозначают семейство эквивалентных в силу симметрии плоскостей кристалла, т. е. плоскостей, образованных всевозможными перестановками символов h, k, l . Набор индексов (hkl) означает отдельную плоскость или семейство параллельных плоскостей. Если плоскость пересекает ось в области отрицательных значений координат, то соответствующий индекс также будет отрицательным и в этом случае знак "минус" ставят над ним. Например, $(\bar{h} k l)$. Если плоскость параллельна какой-либо координатной оси, то соответствующий индекс Миллера равен нулю. Например, плоскость (200) отсекает на оси X отрезок $1/2a$ и параллельна плоскости (YZ) . Плоскости, эквивалентные по характеру симметрии (т. е. эквивалентны физически, например, шесть граней куба), составляют семейство плоскостей и обозначаются $\{hkl\}$. Расстояние между соседними плоскостями с индексами Миллера (hkl) определяется по формулам

$$d = \frac{a \cos \alpha_1}{h} = \frac{b \cos \alpha_2}{k} = \frac{c \cos \alpha_3}{l}, \quad (1.3)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — углы между нормалью к плоскости $(h k l)$ и осями $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ соответственно.

Для кристаллов с кубической решёткой можно пользоваться соотношением

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}.$$

Исследование кристаллической структуры чаще всего проводят с использованием *дифракционных методов*, когда длина волны излучения сравнима с размерами атомов.

При определённых углах падения рентгеновского излучения на кристалл наблюдается его сильное отражение. *Условие образования максимумов* отражения волн с длиной волны λ от атомных плоскостей кристалла задаётся *формулой Вульфа-Брэггов*. В модели Брэггов падающие лучи зеркально отражаются от атомных плоскостей. Пусть на систему параллельных атомных плоскостей с межплоскостным расстоянием d под углом скольжения Θ падает пучок параллельных монохроматических рентгеновских лучей с длиной волны λ , которые взаимодействуют со всеми атомами в объёме, соответствующем глубине их проникновения в кристалл. Тогда с учётом зеркального отражения разность хода для лучей, отражённых от соседних плоскостей, будет равна

$2d \cdot \sin \Theta$ (см. рис. 1.6).

Лучи, отражённые от атомов, лежащих в параллельных плоскостях, складываются с образованием максимума, если они находятся в фазе, т. е. когда разность хода между отражениями от последующих плоскостей $2d \cdot \sin \Theta$ кратна целому числу n длин волн λ . Таким образом, условие возникновения интерференционных максимумов при отражении рентгеновских лучей от атомных плоскостей кристалла определяется законом

$$2d \cdot \sin \Theta = n\lambda . \quad (1.5)$$

Закон Вульфа-Брэггов является следствием периодичности структуры кристалла и не связан ни с химическим составом кристалла, ни с расположением атомов в отражающих плоскостях.

1.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 1

Пример 1

Кристалл цинка имеет плотноупакованную гексагональную решётку с постоянными $a = 2,66 \cdot 10^{-10}$ м и $c = 4,95 \cdot 10^{-10}$ м. Найти плотность цинка и объём элементарной ячейки. Молярная масса цинка $M = 6,537 \cdot 10^{-2}$ кг/моль.

Решение.

Элементарная ячейка ГПУ представляет собой прямую призму, в основании которой лежит ромб с углами 60° и 120° (см. рис. 1.3). Поэтому её объём будет равен

$$V_{\text{эл}} = S_{\text{ромба}} \cdot c = a \cdot a \sin 60^\circ \cdot c = \frac{a^2 \cdot c \cdot \sqrt{3}}{2} = 3,03 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3 .$$

Каждый атом в вершина призмы принадлежит восьми элементарным ячейкам. Тогда, с учётом одного атома внутри ячейки, число атомов, приходящихся на одну ячейку, $z = \frac{1}{8} \cdot 8 + 1 = 2$. Поэтому объём, приходящийся на один атом,

$$V_{\text{ат}} = \frac{V_{\text{эл}}}{z} \approx 1,5 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3 .$$

Поскольку в 1 моле вещества содержится N_A частиц, то объём 1 моля будет равен $V_M = V_{\text{ат}} \cdot N_A$. Тогда

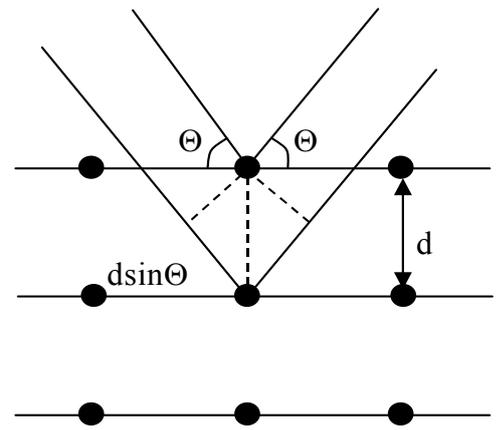


Рисунок 1.6. К выводу формулы Вульфа-Брэггов

$$\rho = \frac{M}{V_M} = \frac{2z \cdot M}{\sqrt{3} \cdot a^2 \cdot c \cdot N_A} = 7,16 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Пример 2

Для пучка рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 1,537 \cdot 10^{-10}$ м, падающего на кристалл алюминия, наблюдается брэгговское отражение первого порядка от плоскостей (111) под углом скольжения $\Theta = 19^\circ 20'$. Определить по этим данным постоянную Авогадро, если известно, что алюминий имеет ГЦК структуру, плотность $\rho = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³ и молярную массу $M = 2,698 \cdot 10^{-2}$ кг/моль.

Решение.

Постоянную Авогадро можно определить из соотношения

$$\rho = \frac{M}{V_M} = \frac{M}{V_{\text{ат}} \cdot N_A}.$$

Объём, приходящийся на один атом, можно определить как

$$V_{\text{ат}} = \frac{V_{\text{эл.яч}}}{z},$$

где $V_{\text{эл.яч}}$ — объём элементарной ячейки,

z — число атомов в ней.

Так как ячейка ГЦК, то $V_{\text{эл.яч}} = a^3$ и $z = \frac{1}{8} \cdot 8 + \frac{6}{2} = 4$.

Для определения a воспользуемся соотношением

$$a = d\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} = d_{111}\sqrt{3}.$$

Межплоскостное расстояние d можно найти из формулы Вульфа-Брэггов при $n = 1$:

$$2d_{111} \sin \Theta = n\lambda.$$

В результате получим

$$N_A = \frac{8zM \sin^3 \Theta}{3\sqrt{3}\rho\lambda^3} = 6,1 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

1.1. Записать в индексах Миллера плоскости, характеризующиеся наи-

большей плотностью упаковки атомов в структуре ГЦК. Сравнить плотность упаковки этих плоскостей. Постоянная решётки a . Привести рисунок.

1.2. Сравнить плотности упаковок плоскостей (110) и (111) для решёток ГЦК и ОЦК.

1.3. Определить плотность упаковки плоскости (111) кристалла золота, имеющего структуру ГЦК, если постоянная решётки $a = 4 \cdot 10^{-10}$ м.

1.4. В индексах Миллера записать координаты всех атомов в элементарной ячейке решётки типа алмаза. Постоянная решётки — a (см. рис. 1.2).

1.5. На каком максимальном расстоянии от любого ядра может находиться электрон в металлическом литии, имеющем ОЦК решётку?

1.6. Для гексагональной решётки определить число атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку.

1.7. Вычислить степень упаковки для кристаллов, имеющих простую кубическую решётку и гексагональную плотноупакованную (ГПУ). Параметр решётки — a .

1.8. Определить отношение степени упаковки в кристалле, имеющем структуру ГЦК, к степени упаковки кристалла со структурой ОЦК.

1.9. Кремний имеет кристаллическую решётку типа алмаза. Считая, что длина ребра элементарной ячейки $a = 0,357$ нм, определить: а) число атомов, содержащихся в элементарной ячейке; б) концентрацию валентных электронов n .

1.10. Сколько атомов меди содержится в 1 м^3 . Плотность меди равна $8,96 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, решётка ГЦК.

1.11. Вычислить постоянную решётки золота и число атомов в 1 м^3 . Плотность золота равна $19,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, решётка ГЦК.

1.12. Определить концентрацию свободных электронов в натрии, имеющем элементарную ячейку в виде объёмно центрированного куба с ребром $a = 0,352$ нм.

1.13. Плотность меди, имеющей решётку ГЦК, равна $\rho = 8,96 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Определить: а) объём элементарной ячейки; б) количество атомов в 1 м^3 .

Молярная масса меди равна $6,35 \cdot 10^{-2}$ кг/моль.

1.14. α – железо при $T = 900^\circ\text{C}$ имеет структуру ОЦК с постоянной решётки $a_1 = 2,86 \text{ \AA}$. При нагревании свыше 910°C оно переходит в γ – модификацию, приобретая структуру ГЦК с $a_2 = 3,56 \text{ \AA}$. Найти относительное изменение плотности железа.

1.15. Вычислить постоянную решётки NaCl, имеющего простую кубическую решётку (см. рис. 1.4) и плотность $\rho = 2,167 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Атомная масса $M_{\text{Na}} = 2,299 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$, $M_{\text{Cl}} = 3,545 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$.

1.16. Германий имеет кристаллическую решётку типа алмаза. Полагая, что длина ребра элементарной ячейки равна $a = 0,54 \text{ нм}$, определить:
а) число атомов, приходящихся на единицу площади в кристаллических плоскостях (111), (100) и (110), привести рисунки этих плоскостей;
б) удельную плотность германия. Молярная масса $M = 7,62 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$.

1.17. Алюминий имеет кристаллическую решётку типа ГЦК и параметр решётки $a = 4,04 \text{ \AA}$. Определить число атомов, приходящихся на единицу площади в плоскостях (111), (100) и (101).

1.18. Определить число атомов, приходящихся на единицу площади в плоскостях (111), (100) и (110) для железа α –модификации, имеющего структуру ОЦК и постоянную решётки $a = 2,86 \text{ \AA}$.

1.19. Вывести формулу для определения межплоскостного расстояния в простой кубической решётке

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}.$$

1.20. Вычислить длину волны λ рентгеновского излучения, которое отражается во втором порядке от системы плоскостей (100) кристалла NaCl под углом скольжения $\Theta = 25^\circ$. Найти также угол, под которым это излучение отражается в максимальном порядке от данной системы плоскостей. Кристалл NaCl имеет кубическую структуру с постоянной решётки $a = 5,68 \text{ \AA}$.

1.21. Вычислить длину волны рентгеновского излучения, отражающегося от системы плоскостей (110) кристалла золота (решётка ГЦК) с параметром

$a = 4 \text{ \AA}$ во втором порядке под углом 30° . Определить также угол, под которым это излучение отражается с максимальной интенсивностью (интенсивность определяется плотностью упаковки атомами данной плоскости).

1.22. Какой энергией должен обладать электрон, чтобы дать отражение от плоскости (111) кристалла с периодом решётки $a = 3 \text{ \AA}$, при угле Брэггов 45° ?

1.23. Узкий пучок электронов падает на естественную грань монокристалла алюминия под углом скольжения 5° . Расстояние между кристаллографическими плоскостями, параллельными данной грани монокристалла, равно $0,20 \text{ нм}$. Определить энергию и скорость электронов, для которых в данном направлении наблюдается максимум первого порядка. Какая температура соответствует этой скорости электронов?

1.24. Вычислить угол между двумя направлениями в кубической решётке кристалла, которые заданы кристаллографическими индексами $[[110]]$ и $[[111]]$.

1.25. Написать индексы направления прямой, проходящей через два узла с кристаллографическими индексами: а) $[[123]]$ и $[[321]]$, б) $[[121]]$ и $[[201]]$. Решётка кубическая.

1.26. Направление нормали к некоторой плоскости в кубической решётке задано индексами 110. Написать индексы Миллера для этой плоскости и указать наименьшие отрезки, отсекаемые плоскостью на осях координат.

1.27. Три системы плоскостей в примитивной кубической решётке заданы индексами Миллера: а) (111); б) (110); в) (100). Указать, для какой системы межплоскостные расстояния минимальны и для какой максимальны. Определить также отношение межплоскостных расстояний $d_{111}, d_{110}, d_{100}$.

1.28. Вычислить угол между нормальными к плоскостям в кубической решётке, заданным индексами Миллера (111) и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$.

1.29. Две плоскости в кубической решётке заданы индексами Миллера: (010) и (011). Определить угол между плоскостями.

1.30. Зная постоянную кубической решётки a , вычислить расстояние между кристаллографическими плоскостями $d_{111}, d_{110}, d_{100}$: а) для простой кубической структуры; б) для структуры ОЦК, в) для структуры ГЦК.

1.3. Теоретические вопросы к теме 1

1.1. Что лежит в основе упорядочения внутреннего строения кристаллов? Представить графические зависимости и объяснить.

1.2. Назвать основные свойства, отличающие кристаллические твёрдые тела от аморфных. Дать объяснения.

1.3. Объяснить основные свойства аморфных твёрдых тел.

1.4. Рассмотреть процессы стеклования. Чем определяется температура стеклования аморфного вещества?

1.5. Дать определение симметрии в кристаллах. Охарактеризовать виды симметрии.

1.6. Что описывают точечные группы симметрии? Перечислить элементы симметрии точечных групп и дать им определения.

1.7. Дать определение кристаллической решётки и элементарной ячейки кристалла. Какие правила определяют её выбор? Что общего и в чём различие между элементарными ячейками структуры кристалла и его пространственной решётки?

1.8. Что такое сингония кристалла?

1.9. Дать определение решёткам Браве. Что они характеризуют?

1.10. Каким образом описывают кристаллическую структуру реальных кристаллов? Можно ли полностью описать структуру вещества, указав его структурный тип?

1.11. Дать классификацию дефектов в кристалле. Охарактеризовать влияние примесных дефектов на физические свойства кристаллов.

1.12. Дать определение дефектам по Шоттки и по Френкелю. Чем определяется концентрация собственных точечных дефектов в кристалле? Охарактеризовать их влияние на физические свойства материалов.

1.13. В чём заключается влияние структурных дефектов на механические и электрические свойства твёрдых тел?

1.14. Дать определения краевой и винтовой дислокациям, объяснить причины их образования.

1.15. Описать основные методы определения плотности дислокаций. Какая величина плотности дислокаций считается допустимой при произ-

водстве интегральных схем по кремниевой технологии?

1.16. Охарактеризовать влияние дислокаций на механические, электрические и тепловые свойства материалов.

1.17. Объяснить обозначение индексов Миллера $[[hkl]]$, $[hkl]$, (hkl) , $\{hkl\}$, $\langle hkl \rangle$. Привести примеры.

1.18. Что описывает закон Вульфа-Брэггов? Вывести формулу и привести рисунок для случая, когда порядок отражения $n = 4$.

1.19. Чем определяется число дифракционных максимумов на рентгенограмме кристалла? Сравнить количество интерференционных максимумов и их интенсивности в случаях простой решётки и сложной.

1.20. Какие факторы влияют на интенсивность интерференционных линий рентгенограммы сложных кристаллов?

1.21. Объяснить механизм и указать условия образования ионной связи. Чем обусловлены силы отталкивания?

1.22. Объяснить механизм и указать условия образования ковалентной связи. Чем обусловлены силы отталкивания?

1.23. Объяснить механизм и указать условия образования металлической связи. Чем обусловлены силы отталкивания?

1.24. Рассмотреть основные составляющие сил Ван-дер-Ваальса. Для каких веществ характерно установление молекулярной связи? Чем обусловлены силы отталкивания?

1.25. Охарактеризовать основные физические свойства ионных кристаллов.

1.26. Дать характеристику ковалентных кристаллов.

1.27. Дать объяснение характерных свойств металлических кристаллов.

1.28. Дать сравнительный анализ видов химических связей в кристаллах по силе связи, прочности, температуре плавления, направленности и насыщенности связей.

1.29. Чем определяется координационное число в кристаллах с различными видами химических связей?

1.30. Охарактеризовать различия между монокристаллами, поликристаллами и аморфными веществами.

Тема 2. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

2.1. Краткие теоретические сведения

Квантовая физика описывает явления микромира: движение элементарных частиц и состоящих из них систем, в том числе кристаллов.

Известно, что свет обладает двойственной природой: в одних случаях (в явлениях дифракции и интерференции) он проявляет себя как электромагнитная волна, а в других (эффект Комптона, фотоэффект) — как частица — *фотон*.

Де Бройль предположил, что двойственная корпускулярно-волновая природа присуща не только фотонам. Движение любой частицы можно рассматривать, как волновой процесс, причём, как и для света, длина волны λ связана с импульсом частицы p выражением

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}, \quad (2.1)$$

а частота ω — с её энергией E :

$$\omega = \frac{E}{\hbar}, \quad (2.2)$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-24}$ Дж·с — постоянная Планка и $\hbar = h / 2\pi$.

В случаях, если частица движется со скоростью намного меньшей, чем скорость света:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}, \quad (2.3)$$

где v — скорость частицы.

Длина волны де Бройля λ обратно пропорциональна массе, поэтому для частиц макромира длина волны настолько мала, что в природе не имеется объектов, на которых макротела могли бы проявить свои волновые свойства. С переходом к микромиру происходит качественное изменение в природе частиц. Микрочастица сочетает в себе корпускулярные и волновые свойства, т. е. это объект, существующий в виде волны, но обнаруживаемый всегда как единое целое со свойственной ей массой, зарядом, энергией и т. п.

В классической механике состояние движущейся частицы полностью определяется заданием её координат (x, y, z) и скорости \vec{v} или импульса \vec{p} . Зная координаты и импульс в данный момент времени, можно совершенно точно описать местоположение частицы и её состояние в последующие моменты времени, используя законы Ньютона.

В случае микрочастицы описать её состояние движения путем одновременно задания импульса и координаты невозможно из-за наличия волновых свойств. Действительно, свободной частице, движущейся вдоль x с импульсом \vec{p}_x , соот-

ветствует волна с длиной $\lambda = \frac{h}{p_x}$. Но волна по своей природе — объект протя-

женный. Область определения волны простирается от минус бесконечности до плюс бесконечности, т. е. неопределённость её координаты $\Delta x = \infty$. С другой стороны, бессмысленно говорить о длине волны в данной точке. Поэтому охарактеризовать состояние частицы, проявляющей волновые свойства, одновременным заданием её импульса и координаты нельзя. Это можно сделать только с определённым приближением — любое измерение местоположения частицы, проявляющей волновые свойства, принципиально сопряжено с неопределённостью.

Количественная связь между неопределённостями координаты частицы и её импульса была установлена *Гейзенбергом*:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar. \quad (2.4)$$

Принцип неопределённости Гейзенберга позволяет согласовать корпускулярные и волновые свойства микрочастицы, так как неопределённость в импульсе Δp_x и координаты Δx обусловлены её волновыми свойствами.

Величины, неопределённость измерения одной из которых зависит от точности измерения другой, называются сопряженными. Импульс и координата — сопряженные величины. Другой парой сопряженных величин является энергия E и время t :

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar. \quad (2.5)$$

Чем меньший промежуток времени Δt частица находится в состоянии с энергией E , тем больше неопределённость её энергии ΔE .

Из *соотношения неопределённостей Гейзенберга* следует, что для микрочастиц не существует понятий траектории и скорости. Траектория есть совокупность последовательных положений движущейся частицы в пространстве, а скорость — изменение координаты во времени. Движение передается импульсом, а положение — координатой. Поэтому о траектории микрочастицы мы говорить не можем.

Де Бройль поставил в соответствие свободно движущейся частице волну. Наиболее простым типом волны является плоская, гармоническая, монохроматическая волна. Пусть колебания источника волны происходят по закону

$$\Psi = a \cdot \cos(\omega t + \delta), \quad (2.6)$$

где a — амплитуда колебания.

Тогда уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль x со скоростью v ,

$$\Psi(x, t) = a \cdot \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \delta \right] = a \cdot \cos \left(\omega t - \frac{2\pi v}{v} x + \delta \right) = a \cdot \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x + \delta \right), \quad (2.7)$$

где $\nu = v/\lambda$ — частота волны.

Обозначив $\frac{2\pi}{\lambda} = k$, получим

$$\Psi(x, t) = a \cos(\omega t - kx + \delta). \quad (2.8)$$

Воспользовавшись соотношениями Эйлера, запишем

$$e^{\pm i\alpha} = \cos \alpha \pm i \sin \alpha, \quad (2.9)$$

$$\cos \alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}, \quad (2.10)$$

$$\sin \alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}, \quad (2.11)$$

и ограничиваясь в (2.9) только действительной частью, уравнение (2.8) можно записать в виде

$$\psi(x, t) = a \cdot e^{-i(\omega t - kx)} \cdot e^{-i\delta} = A \cdot e^{-i(\omega t - kx)}, \quad (2.12)$$

где $A = a \cdot e^{-i\delta}$ — новая амплитуда.

Используя соотношения де Бройля (2.1) и (2.2), получим

$$\psi(x, t) = A \cdot e^{-i\frac{\hbar}{\hbar}(\omega t - kx)} = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}. \quad (2.13)$$

Соотношение (2.13) связывает волну де Бройля с импульсом и энергией частицы. Волна де Бройля описывает состояние движения свободной частицы.

Волновой вектор в (2.7) $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \vec{n}$ характеризует волну с длиной λ , распространяющуюся вдоль вектора нормали \vec{n} к фронту ее распространения. Поскольку из соотношения де Бройля импульс частицы $p = mv$ связан с длиной соответствующей ей волны $\lambda = h/p$, то

$$|\vec{p}| = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi}{2\pi} \cdot \frac{h}{\lambda} = \hbar |\vec{k}|. \quad (2.14)$$

Волновая функция $\Psi(x, t)$ есть математическая функция, описывающая состояние частицы, и физического смысла не имеет.

Дифракция фотонов с длиной волны λ и электронов с такой же длиной волны де Бройля $\lambda = h/p$ на дифракционной решётке обнаруживает одинаковые ин-

терференционные картины в распределении максимумов и минимумов на регистрирующей пластинке. В случае света максимумы и минимумы соответствуют интенсивности падающей волны. В случае же электронов максимумы образуются в местах наиболее частого попадания частиц. Поэтому по аналогии со светом интенсивность волн де Бройля можно поставить в соответствие вероятности обнаружения микрочастицы в данной точке. Так как интенсивность есть квадрат амплитуды волны, то волна де Бройля приобретает смысл амплитуды вероятности её обнаружения. Амплитуду вероятности непосредственно измерить нельзя, реально наблюдается лишь квадрат модуля $\Psi(x,t)$, имеющий смысл вероятности. Сама вероятность $d\omega$ обнаружения частицы в объёме dV равна

$$d\omega = |\psi|^2 \cdot dV. \quad (2.15)$$

Соответственно $|\psi(x,t)|^2$ есть плотность вероятности (вероятность, отнесенная к единице объёма).

Исходя из вероятностного смысла квадрата волновой функции $|\Psi|^2$, волна де Бройля в виде $\Psi = A \cos(kx - \omega t)$ для описания частицы использоваться не может, так как при этом $\Psi^2 = A^2 \cos^2(kx - \omega t)$, т. е. вероятность нахождения частицы, гармонически распределена в пространстве, тогда как реально местоположение частицы не должно быть никак выделено. Если же Ψ представлена в комплексном виде — $\Psi(x,t) = A \cdot e^{i(kx - \omega t)}$, то она этому условию удовлетворяет. В этом случае $|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^* = A^2$, т. е. вероятность обнаружения свободной частицы в любой из точек пространства (вдоль x) одинакова.

Для описания частицы, находящейся на определённом отрезке оси x , следует воспользоваться понятием волнового пакета.

Состояние частицы, описываемое плоскими монохроматическими волнами вида волн де Бройля, возможно только в идеализированных случаях. В общем случае оно задается сложной комплексной функцией $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$, называемой волновой функцией. В соответствии с физическим смыслом Ψ должна быть непрерывной, иметь непрерывную первую производную по координате, быть однозначной и конечной, так как вероятность обнаружения частицы в данном объёме должна быть однозначной, конечной и определённой.

Вне действия внешних полей состояние микрочастицы описывается волновой функцией де Бройля $\Psi(x,t) = A \cdot e^{i(kx - \omega t)}$. Частица, движущаяся в силовом поле, обладает потенциальной энергией $U(x, y, z)$. Уравнение, описы-

вающее движение частицы в этом случае, было найдено *Шрёдингером*.

Уравнение Шрёдингера фундаментально и эквивалентно уравнению Ньютона в классической механике. В отличие от классической механики, где под движением понимается перемещение тела с течением времени, в квантовой физике понятие траектории частицы отсутствует и под движением понимают изменение её стационарного состояния. Таким образом, уравнение Шрёдингера описывает изменение состояния частицы во времени. Если известна волновая функция Ψ , описывающая состояние частицы в начальный момент времени, то, решая уравнение, можно найти Ψ в любой последующий момент и, следовательно, из $|\Psi|^2$ определить вероятность обнаружения частицы в различных точках пространства.

Полное уравнение Шрёдингера (в случае трех координат) имеет вид

$$-i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi - U(x, y, z, t) \Psi, \quad (2.16)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа.

Если частица находится в поле действия сил, которые во времени не меняются, т. е. потенциальная энергия частицы зависит только от её координат — $U(x, y, z)$, то уравнение (2.13) в одномерном случае можно преобразовать к виду

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0, \quad (2.17)$$

где E — полная энергия частицы, $U = U(x)$.

Соотношение (2.14) называется *стационарным уравнением Шрёдингера*. Оно описывает состояние движения частицы, не изменяющееся во времени при $E = \text{const}$.

Полная волновая функция Ψ в этом случае будет иметь вид

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot e^{-i\omega t}. \quad (2.18)$$

Соотношение (2.18) — решение уравнения Шрёдингера, где $\Psi(x, y, z)$ определяется из (2.17). Распределение вероятности $d\omega$ обнаружения микрочастицы в элементе объёма dV будет стационарно:

$$d\omega = \Psi \cdot \Psi^* dV = \psi \psi^* e^{-i\omega t} \cdot e^{i\omega t} = \psi \psi^* dV, \quad (2.19)$$

т. е. не зависит от времени.

Поскольку (2.18) представляет собой произведение амплитуды и фазы, то (2.17) называют также *амплитудным уравнением*.

Обозначив коэффициент $\frac{2m}{\hbar^2} (E - U)$ при ψ в (2.14) через k^2 , т. е. положив

$$k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - U)}, \quad (2.20)$$

общее решение стационарного уравнения в одномерном случае можно записать в виде

$$\psi = A \cdot e^{ikx} + B \cdot e^{-ikx}, \quad (2.21)$$

где A и B — константы, определяемые из граничных условий.

Умножая (2.21) на $e^{-i\omega t}$, получаем полное решение:

$$\Psi(x, t) = A \cdot e^{i(kx - \omega t)} + B \cdot e^{-i(kx - \omega t)}. \quad (2.22)$$

Вид зависимости $U(x, y, z)$, или в одномерном случае $U(x)$, определяет конкретный случай применения уравнения Шрёдингера.

Если распределение $U(x)$ представляет собой потенциальный барьер, то коэффициент преломления n волн де Бройля на его границе при $U < E$

$$n = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1}. \quad (2.23)$$

где λ_1 и λ_2 — длины волн де Бройля в 1 и 2-й областях (частица движется из первой области в область 2);

k_1 и k_2 — соответствующие значения волновых чисел.

Коэффициент отражения ρ при прохождении волн де Бройля через низкий ($U < E$) потенциальный барьер бесконечной ширины

$$\rho = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2. \quad (2.24)$$

Если барьер имеет конечную ширину d то становится возможным прохождение через него микрочастиц без изменения их энергии (туннельный эффект). При этом коэффициент прозрачности барьера

$$D = D_0 \cdot \exp\left(-\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m(U - E)}\right), \quad (2.25)$$

где D_0 — коэффициент пропорциональности, по своей величине близкий к 1.

2.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 2

Пример 1

Определить и сравнить время, которое потребуется для того, чтобы неопределённость местонахождения частицы увеличилась вдвое, для случаев: а) пылинки весом 10^{-3} г, если её начальная координата Δx определена с точностью 10^{-3} см; б) электрона, если для него $\Delta x = 10^{-6}$ см.

Решение.

1. Для пылинки в соответствии с принципом неопределённости Гейзенберга имеем

$$\Delta v_x m \Delta x_0 \geq \hbar;$$

откуда следует

$$\Delta v_x \geq \frac{\hbar}{m \Delta x_0} = \frac{1,06 \cdot 10^{-34}}{10^{-6} \cdot 10^{-5}} = 1,06 \cdot 10^{-23} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Тогда

$$\Delta x = 2 \Delta x_0 = \Delta x_0 + \Delta v_x t.$$

Следовательно,

$$t = \frac{\Delta x_0}{\Delta v_x} = 9,43 \cdot 10^{17} \text{ с}.$$

2. Для электрона

$$\Delta v_x \geq 193926 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \text{и} \quad t = \frac{6 \cdot 10^{-10}}{193926} = 3 \cdot 10^{-15} \text{ с}.$$

Пример 2

Поток электронов с энергией $E = \text{В}$ падает на низкий прямоугольный потенциальный барьер. Определить высоту потенциального барьера U , если известно, что от барьера отражается 4 % падающих электронов.

Решение.

Коэффициент отражения для случая $U < E$ (см. рисунок 2.1).

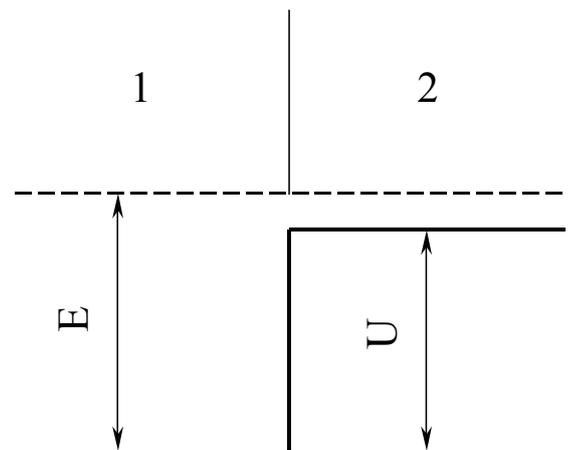


Рисунок 2.1. Пояснения к Примеру 2 и теоретическому вопросу 2.12

$$\rho = \left| \frac{\vec{k}_1 - \vec{k}_2}{\vec{k}_1 + \vec{k}_2} \right|^2,$$

где \vec{k}_1, \vec{k}_2 — волновые векторы в областях 1 и 2.

$$\text{Так как } E = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}, \quad \text{то } k_1 = \frac{p}{\hbar} = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}, \quad \text{и } k_2 = \frac{\sqrt{2m \cdot (E - U)}}{\hbar}.$$

Соответственно,

$$\rho = \left(\frac{\sqrt{2mE} - \sqrt{2m(E - U)}}{\sqrt{2mE} + \sqrt{2m(E - U)}} \right)^2.$$

Разделив на $\sqrt{2mE}$, получаем

$$\rho = \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{U}{E}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{U}{E}}} \right)^2,$$

откуда можно выразить U :

$$\sqrt{\rho} + \sqrt{\rho} \cdot \sqrt{1 - \frac{U}{E}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{U}{E}};$$

$$\sqrt{1 - \frac{U}{E}} (\sqrt{\rho} + 1) = 1 - \sqrt{\rho};$$

$$\sqrt{1 - \frac{U}{E}} = \frac{1 - \sqrt{\rho}}{1 + \sqrt{\rho}};$$

$$U = \left[1 - \left(\frac{1 - \sqrt{0,04}}{1 + \sqrt{0,04}} \right)^2 \right] \cdot 100 \text{ эВ} = 5,6 \text{ эВ}.$$

Пример 3

Частица находится в основном состоянии в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Оценить силу, с которой частица действует на стенку, если размер ямы $L = 10^{-10}$ м.

Решение.

Для частицы в потенциальной яме волновое уравнение Шрёдингера имеет вид

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0,$$

где $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$.

Общее решение $\psi(x) = C \cdot \exp(ikx) + D \exp(-ikx)$.

Из условия непрерывности волновой функции $\psi(0) = \psi(L) = 0$.

Подставляя первое граничное условие $x=0$, получаем $C+D=0$, откуда $C=-D$.

Следовательно, общее решение примет вид: $\psi(x) = C (e^{ikx} - e^{-ikx})$.

С учётом соотношения Эйлера $\frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i} = \sin \alpha$, можно получить

$$\psi(x) = C_1 \cdot \sin kx,$$

где $C_1 = C \cdot 2i$.

При подстановке второго граничного условия $x=L$, получаем

$$C_1 \sin kL = 0,$$

откуда

$$kL = \pi \cdot n,$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\text{Поэтому } k = \frac{\pi n}{L} \text{ и } \Psi_n(x) = C_1 \cdot \sin \frac{\pi x}{L} \cdot n.$$

Так как по условию частица находится в основном состоянии, то $n = 1$. Следовательно, $kL = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot L = \pi$ и $L = \frac{\lambda}{2}$, т. е. на ширине ямы укладывается одна дебройлевская полуволна.

$$\text{Тогда } p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2L} \text{ и } F = m a = \frac{m \cdot \Delta v}{t} = \frac{\Delta p}{t}.$$

$$\text{Поскольку частица отражается упруго, то } \Delta p = 2p = \frac{h}{L}.$$

$$\text{Соответственно } F_{\text{нб}} = \Delta p \cdot z,$$

$$\text{где } z \text{ — число соударений в единицу времени: } z = \frac{1}{t} = \frac{v}{2L} = \frac{p}{2mL}.$$

$$\text{Окончательно имеем } F_{\text{нб}} = \Delta p \cdot z = 2p \cdot \frac{p}{2mL} = \frac{p^2}{mL} = \frac{h^2}{4m \cdot L^3},$$

$$F_{\text{cp}} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ кг/м} \cdot \text{с}^2 = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

2.1. Какую энергию имел бы фотон той же длины волны, которой обладает электрон с энергией 10 эВ?

2.2. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 1 Å?

2.3. При увеличении энергии электрона на $\Delta E = 200$ эВ его дебройлевская длина волны изменилась в $\eta = 2,0$ раза. Найти первоначальную длину волны электрона.

2.4. Рассчитать волну де Бройля для протона, обладающего энергией 10 кэВ.

2.5. На грань кристалла никеля падает параллельный пучок электронов. При угле скольжения 64° наблюдается максимальное отражение электронов, соответствующее дифракционному максимуму первого порядка. Определить длину волны де Бройля электронов и их скорость, принимая расстояние между атомными плоскостями кристалла 2 Å.

2.6. Положение электрона определено с точностью до 10^{-4} см. Насколько точно можно определить его положение спустя 1 с?

2.7. Тело массой 0,1 г покоится на абсолютно гладкой поверхности, и его положение измеряется с точностью 0,001 мм. Какая скорость сообщается телу в процессе измерения его положения?

2.8. Атом излучает в течение 10^{-11} с фотон с длиной волны 600 нм. Определить относительную неопределённость энергии фотона.

2.9. Оценить минимальную энергию электрона, находящегося внутри потенциальной ямы шириной 10^{-9} м.

2.10. Оценить величину низшего энергетического уровня электрона в атоме водорода. Принять линейные размеры атома $l \approx 1 \text{ \AA}$.

2.11. Неточность при измерении координат электрона, движущегося по прямой, равна 10 \AA . Рассчитать неточность в определении: а) импульса; б) скорости; в) кинетической энергии электрона.

2.12. Неточность в определении местонахождения частицы, движущейся вдоль оси x , равна волне де Бройля для этой частицы. Найти относительную неточность $\frac{\Delta v_x}{v_x}$ в определении её скорости.

2.13. Электрон с кинетической энергией $E_k = 15$ эВ находится в металлической пылинке диаметром $d = 1$ мкм. Оценить в процентах относительную неточность, с которой может быть определена скорость электрона.

2.14. Кинетическая энергия E_k электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределённостей, оценить минимальные линейные размеры атома l_{\min} .

2.15. Во сколько раз дебройлевская длина волны λ частицы меньше неопределённости Δx её координаты, которая соответствует относительной неопределённости импульса $\frac{\Delta p}{p}$ в 1%?

2.16. Вычислить в электронвольтах энергию электрона, находящегося в одномерной потенциальной яме длиной 10^{-10} м, для двух разрешённых уровней, расположенных выше основного состояния, как функцию главного квантового числа n .

2.17. Электрон обладает энергией $E = 10$ эВ. Определить во сколько раз изменится его скорость v и длина волны де Бройля λ при прохождении через потенциальный барьер высотой $U = 6$ эВ (см. рисунок к примеру 2).

2.18. Протон с энергией $E = 1$ МэВ изменил при прохождении по-

тенециального барьера дебройлевскую длину волны на 1%. Определить высоту потенциального барьера U .

2.19. На пути электрона с дебройлевской длиной волны $\lambda_1 = 1 \text{ \AA}$ находится потенциальный барьер высотой $U = 120 \text{ эВ}$. Определить волну де Бройля λ_2 после прохождения барьера.

2.20. Рассмотрите прохождение электрона через границу, на которой потенциальная энергия делает скачок U_0 , причём его энергия $E > U_0$. Воспользовавшись оптической аналогией волновых свойств электрона, сравните показатели преломления n_1 и n_2 в обеих областях и определить, при каком направлении движения электрона фаза его волновой функции при отражении от барьера сохраняется (фаза меняется при отражении от оптически более плотной среды).

2.21. Электрон с энергией $E = 25 \text{ эВ}$ встречает на своем пути потенциальный барьер высотой $U = 9 \text{ эВ}$. Определить коэффициент преломления n волн де Бройля на границе барьера.

2.22. Определить коэффициент преломления волн де Бройля для протонов на границе потенциальной ступени $U = 9 \text{ эВ}$, если их кинетическая энергия $E_k = 16 \text{ эВ}$.

2.23. Коэффициент отражения r протона от потенциального барьера равен $2,5 \cdot 10^{-5}$. Определить, какой процент составляет высота барьера U от кинетической энергии E , падающих на барьер протонов.

2.24. Вывести формулу, связывающую коэффициент преломления n волн де Бройля на границе низкого потенциального барьера и коэффициент отражения r от него.

2.25. Определить показатель преломления n волн де Бройля при прохождении потенциального барьера с коэффициентом отражения $r = 0,5$.

2.26. При каком отношении высоты потенциального барьера U и энергии электрона E , падающего на барьер, коэффициент отражения $r = 0,5$?

2.27. Найти вероятность просачивания электрона через потенциальный барьер шириной 5 \AA и высотой $0,4 \text{ эВ}$, если он разгоняется электрическим полем $0,3 \text{ В}$.

2.28. Определить, какой энергией должен обладать электрон для прохождения через барьер прямоугольной формы толщиной 10 \AA и высотой 9 эВ , если ожидаемая прозрачность равна $0,5$.

2.29. Электрон находится в одномерной потенциальной яме шириной 5 \AA . Определить минимальное разрешённое значение его энергии и наименьшую разность энергетических уровней.

2.30. Электрону в потенциальном ящике шириной 10 \AA соответствует

волновой вектор $k = \frac{\pi n}{\lambda}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Определить собственное значение энергии возбуждённого электрона для $n = 2$.

2.3. Теоретические вопросы к теме 2

2.1. В чём заключается гипотеза де Бройля? Чем отличается описание движения микро- и макрочастиц? Почему макрочастицы не проявляют волновых свойств?

2.2. Объяснить физический смысл волны де Бройля. В чём отличие волновой функции электрона от волны де Бройля?

2.3. Каким требованиям должны удовлетворять волновые функции? Объяснить, почему.

2.4. Почему волновые функции используются в комплексном виде?

2.5. С какой целью вводят понятие волнового пакета? Дать определения и объяснить различия фазовой и групповой скоростей волн де Бройля.

2.6. Дать формулировки соотношений неопределённостей Гейзенберга и объяснить их физический смысл.

2.7. В чём заключается принцип суперпозиции квантовых состояний?

2.8. Записать полное уравнение Шрёдингера и объяснить его физический смысл.

2.9. Получить стационарное уравнение Шрёдингера. Объяснить условия его применения.

2.10. Записать стационарное (амплитудное) уравнение Шрёдингера и его общее решение. Почему это уравнение называют амплитудным?

2.11. Рассмотреть применение уравнения Шрёдингера для случая свободного электрона в вакууме. Привести зависимость $E = f(k)$.

2.12. Написать уравнения Шрёдингера и их решения для электрона с энергией E , движущегося в положительном направлении оси для обеих областей, разделённых низким потенциальным барьером высотой U . Объяснить смысл коэффициентов (см. рисунок 2.1).

2.13. Рассмотреть прохождение частицы через потенциальный барьер конечной толщины d . Что такое туннельный эффект? Чем определяется вероятность просачивания электрона через потенциальный барьер?

2.14. Чем отличается волновая функция электрона, прошедшего через потенциальный барьер, от волновой функции, характеризующей его состояние до барьера?

2.15. Что характерно для частицы, движение которой ограни-

чено в некоторой области? Объяснить на примере частицы, находящейся в прямоугольной потенциальной яме шириной L .

2.16. Что называется линейным гармоническим осциллятором. Привести зависимость $U=f(x)$ для этого случая. Какие основные следствия можно получить, рассматривая эту модель? В каких случаях можно использовать эту модель?

2.17. Рассмотреть результаты применения уравнения Шрёдингера к атому водорода. Привести зависимость потенциальной энергии электрона в атоме водорода от расстояния до ядра. Чему равна минимальная энергия электрона?

2.18. Какие значения могут принимать квантовые числа n , l , m_l , m_s в атоме водорода? Объяснить их физический смысл.

2.19. Что такое спин электрона?

2.20. Дать сравнительную характеристику волновым функциям различных квантовых состояний в атоме водорода.

2.21. Чем отличаются волновые функции квантовых состояний $2s$ и $2p$?

2.22. Дать обоснование изменениям в результатах, полученных при переходе от модели водородоподобного атома к многоэлектронным атомам.

2.23. Дать формулировку и условия применимости принципа Паули.

2.24. Объяснить порядок заполнения квантовых состояний в многоэлектронном атоме.

2.25. Доказать, что в s – состоянии могут находиться не более двух электронов, а в p – состоянии — не более шести электронов. Записать соответствующие им наборы квантовых чисел.

2.26. Сравнивая результаты, полученные при рассмотрении поведения частицы в прямоугольной потенциальной яме, в моделях гармонического осциллятора и атома водорода, проследить как влияет вид потенциальной ямы, в которой находится частица, на возможные значения её энергии. Привести рисунки.

2.27. Объяснить механизм образования ковалентной связи.

2.28. Объяснить механизм образования ионной связи. Чем обусловлены силы отталкивания в ионных кристаллах?

2.29. Объяснить механизм образования металлической связи. Почему металлическая связь характерна для элементов, у которых число электронов на внешней оболочке мало?

2.30. Объяснить образование ковалентной связи в полупроводниковых соединениях A^3B^5 : A^3 — $s^2 p^1$; B^5 — $s^2 p^3$.

Тема 3. ОСНОВЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЁРДЫХ ТЕЛ И КВАНТОВОЙ СТАТИСТИКИ

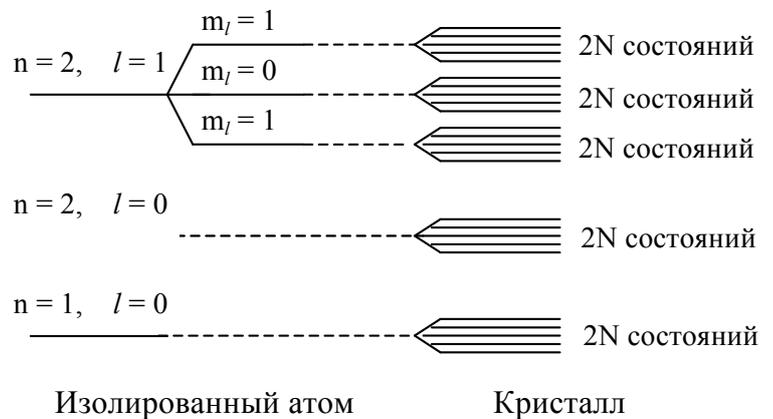
3.1. Краткие теоретические сведения

В изолированных атомах электроны обладают *дискретным* энергетическим спектром, т. е. они могут иметь только строго определённые значения энергии, которым соответствуют отдельные энергетические уровни атома. В кристаллах атомы уже нельзя считать изолированными — они образуют единую систему, в которой электроны всех атомов обобществлены. Взаимное влияние друг на друга электрических полей отдельных атомов кристалла ведет к тому, что волновые функции их электронов перекрываются. Для электронов, находящихся на внешних электронных оболочках, это перекрытие будет значительным, в то время как для внутренних электронов оно может быть очень мало. В результате перекрытия волновых функций, каждый электронный уровень изолированного атома заменяется в кристалле целым интервалом энергий — происходит *расщепление* уровней в *энергетические зоны*.

Ширина образующихся зон определяется степенью перекрытия волновых функций. Поэтому глубокие энергетические уровни внутренних электронов атомов образуют узкие зоны, а уровни внешних электронов расщепляются в широкие зоны.

Количество подуровней в каждой зоне одинаково и определяется числом повторяющихся в кристалле структурных единиц, т. е. равно числу элементарных решёток в данном кристалле. В общем случае число элементарных ячеек можно определить как N/s , где N — количество атомов в кристалле, а s — базис решётки. Так как в простых решётках $s = 1$, то в этом случае каждая зона будет состоять из N подуровней.

В кристалле, состоящем из N атомов, исходному энергетическому уровню изолированного атома, определяемому *квантовыми числами* l и n , соответствует энергетическая зона из $(2l+1)N$ подуровней, на каждом из которых, в соответствии с принципом Паули, может находиться по два электрона (рис. 3.1).



Зоны, образующиеся в результате расщепления энергетических уровней атомов, называются *разрешёнными зонами*.

Рисунок 3.1. Расщепление уровней изолированного атома в зоны при образовании кристалла

Они включают в себя интервалы энергий, разрешённые для электронов в кристалле. Разрешённые зоны разделены интервалами энергий, которые запрещены для электронов. Соответственно эти интервалы называются *запрещёнными зонами*.

Если порядковый номер элемента в периодической таблице — Z , то на атом приходится Z электронов и полное число электронов в кристалле будет равно $N \cdot Z$. Эти электроны заполняют разрешённые зоны начиная с самой нижней вплоть до какой-то верхней зоны, которая заполняется валентными электронами.

Если верхняя зона при $T = 0$ К заполнена полностью, то она называется *валентной*, а следующая над ней полностью свободная зона — *зоной проводимости* (рис. 3.2).

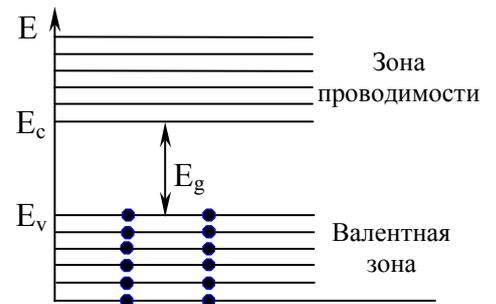


Рисунок 3.2. Обозначения для краев зон: «дна» зоны проводимости — E_c , «потолка» валентной зоны — E_v и ширины запрещённой зоны — E_g

В валентной зоне свободные уровни отсутствуют и под действием внешнего поля электроны перемещаться не могут, так как не могут изменить свою энергию. Если в веществе при температуре, не равной 0 К, какие-либо электроны в валентной зоне приобретают достаточную тепловую энергию для преодоления запрещённой зоны и перехода в зону проводимости, то они становятся носителями заряда и участвуют в электропроводности, поскольку в зоне проводимости для них имеется возможность увеличивать свою энергию в электрическом поле. Такие вещества называются *полупроводниками*. Для них $E_g < 2,5 - 3$ эВ. При большей ширине запрещённой зоны в нормальных условиях электронам не хватает тепловой энергии для перехода в зону проводимости, и такие вещества будут диэлектриками.

Если валентная зона заполнена не полностью, то уже при $T = 0$ К электроны под действием поля могут переходить на вышележащие свободные энергетические уровни, обеспечивая электропроводность. В этом случае валентная зона одновременно является и зоной проводимости, а запрещённая зона отсутствует (рис. 3.3). Такие вещества являются *проводниками* (металлами). К проводникам также относят вещества, у которых при 0 К валентная зона заполнена полностью, но она перекрывается в пространстве с зоной проводимости, образуя единую зону.

Существуют общие правила для классификации веществ по их способности к электропроводности:

1. Если элемент имеет нечётную валентность и его элементарная ячейка содержит нечётное число атомов, то это вещество — металл.

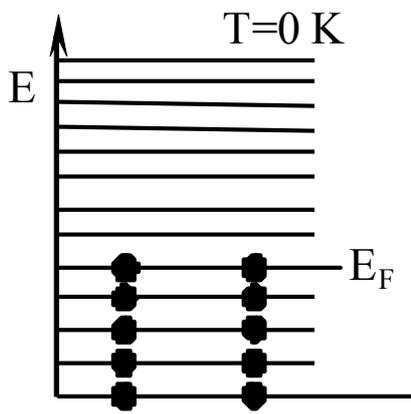


Рисунок 3.3. Заполнение энергетических уровней электронами в металле при $T = 0 \text{ K}$

2. Если в элементарной ячейке чётное число атомов, а элемент имеет нечётную валентность, то получаем зонную структуру диэлектрика или полупроводника.

3. Если валентность элемента чётная, то вещество является диэлектриком или полупроводником, если только валентная зона и зона проводимости такого кристалла не перекрываются в пространстве, в противном случае это металл.

В отличие от свободного электрона на электрон, движущийся в кристалле под действием электрического поля с напряжённостью \vec{E} , со стороны решётки действует периодическое поле ионов. При этом работа внешней силы $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ может переходить как в кинетическую энергию электрона, так и в его потенциальную энергию взаимодействия с решёткой или перераспределяться между ними. Движение, совершаемое свободным электроном под действием силы \vec{F} , описывается вторым законом Ньютона:

$$\vec{F} = m_e \vec{a}, \quad (3.1)$$

где m_e — масса электрона,

\vec{a} — его ускорение, приобретаемое под действием силы \vec{F} .

В случае движения электрона в кристалле, внешний вид уравнения (3.1) можно сохранить, если вместо массы электрона m_e ввести величину m_n^* — эффективную массу, учитывающую влияние периодического поля решётки на движение электрона:

$$m_n^* = \hbar \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}. \quad (3.2)$$

Эффективная масса m_n^* в зависимости от вида зависимости $E(\vec{k})$ может быть положительной или отрицательной, а по величине быть больше массы электрона или меньше её. В любом случае она, как и обычная масса, характеризует инерционные свойства электрона.

Рассмотрим зону, полностью заполненную электронами. Электроны, расположенные на верхних энергетических уровнях, имеют отрицательный заряд и эффективную массу меньше нуля ($m^* < 0$). Если удалить один электрон с такого уровня, то освободившийся уровень будет вести себя как положительно заряженная частица с эффективной массой больше нуля ($m^* > 0$), чис-

ленно равной m^* удалённого электрона. Такая квазичастица называется *дыркой*. Энергия дырки увеличивается при её перемещении от потолка ко дну валентной зоны, т. е. в направлении, обратном случаю для электрона.

По типу электропроводности полупроводники подразделяют на *собственные* и *примесные*. Собственными полупроводниками называются полупроводники без примесей. Проводимость в них осуществляется собственными носителями зарядов — электронами и дырками, причём их концентрации равны, т. е. $n = p = n_i$.

Если в полупроводнике имеются легирующие добавки, то полупроводник называется *примесным*. При этом различают *донорные* полупроводники, в которых электропроводность осуществляется преимущественно электронами ($n > p$), и *акцепторные*, в которых основными носителями заряда являются дырки ($p > n$). *Донорный* тип полупроводника образуется при введении в чистый четырехвалентный полупроводник атомов пятивалентного элемента (P, As, Sb). Если же в полупроводник вводится трехвалентная примесь (B, Ga, Al), то полупроводник становится *акцепторным*.

При введении в четырехвалентный кремний (или германий) атома пятивалентного элемента четыре валентных электрона этого атома устанавливают ковалентные связи с валентными электронами четырёх соседних атомов кремния, образуя энергетически выгодную, устойчивую, полностью заполненную оболочку из восьми электронов. Девятый электрон атома будет вращаться вокруг положительного иона примеси, который создаёт кулоновское поле, ослабленное действием окружающей среды в ϵ раз (ϵ равно 12 для Si и 16 для Ge). Вследствие ослабления поля в кристалле кремния радиус орбиты этого электрона увеличится в 12 раз по сравнению с изолированным атомом. Соответственно энергия связи электрона с ионом примеси E_d уменьшится в ϵ^2 раз, то есть в 144 раза, и будет очень мала (порядка 0,01 эВ).

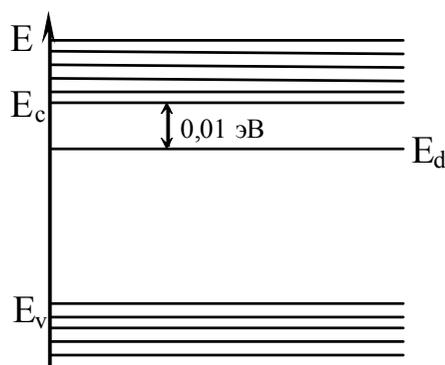


Рисунок 3.4. Примесный уровень в донорном полупроводнике расположен вблизи края зоны проводимости

При сообщении электрону такой энергии, он отрывается и становится свободным, поэтому энергетический уровень электрона примесного атома будет находиться вблизи края зоны проводимости (рис. 3.4).

При этом образуется свободный электрон и неподвижный положительно заряженный ион донорной примеси (рис. 3.5 а, б), а сам полупроводник n – типа можно представить в следующем виде (рис. 3.5 в).

При введении трёхвалентного атома примеси в решётку кремния три его валентных электрона ус-

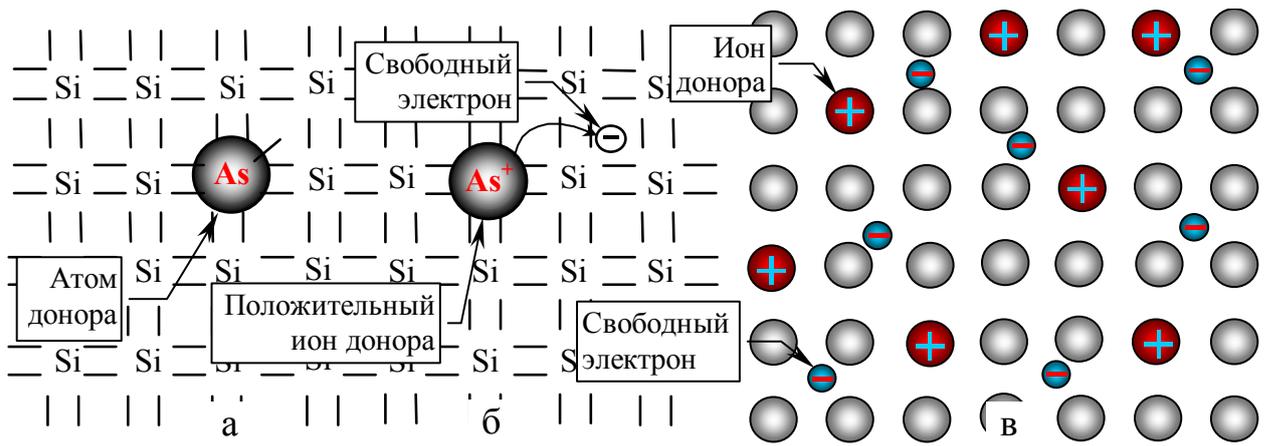


Рисунок 3.5. Нейтральный атом донора в решётке кремния (а) теряет пятый валентный электрон и превращается в неподвижный положительный ион (б). Объём полупроводника остается электрически нейтральным (в) — число «примесных» электронов равно числу ионов примеси

танавливают ковалентные связи с электронами соседних атомов кремния. Для образования четвертой ковалентной связи и приобретения устойчивой, энергетически выгодной, полностью заполненной восьмиэлектронной наружной оболочки атому примеси требуется еще один электрон. Этот дополнительный электрон может быть отобран от ближайшего атома кремния. Для этого требуется энергия $E_a \approx 0,01$ эВ. В результате у атома кремния (германия) образуется незаполненная связь — *дырка*, а атом примеси превращается в неподвижный отрицательный ион (рис. 3.6).

Так как атом примеси при ионизации захватывает валентный электрон кремния (германия), то он называется *акцептором*, а его энергетический уровень находится вблизи края валентной зоны (рис. 3.7).

Поскольку при $T = 300$ К кинетическая энергия тепловых колебаний атомов

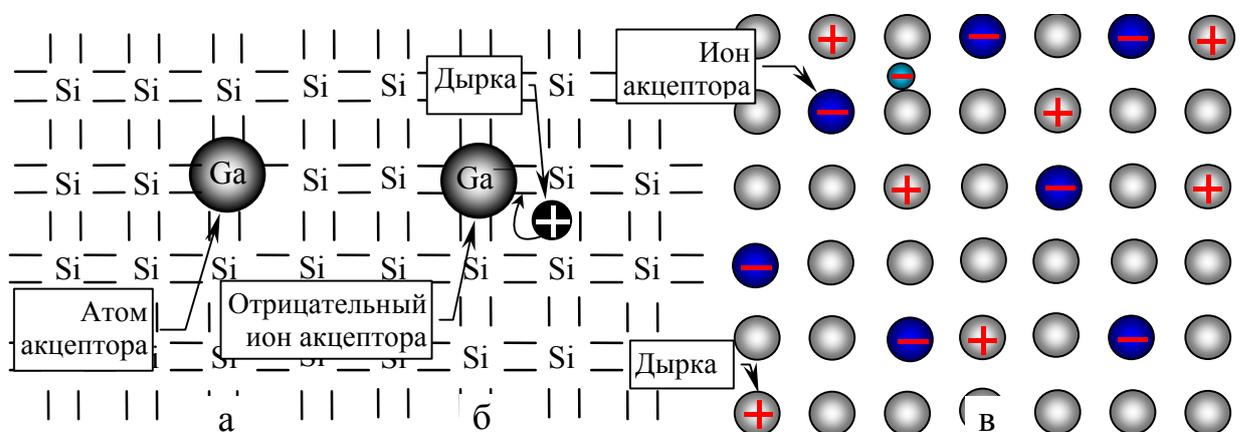


Рисунок 3.6. Нейтральный атом акцептора (а) захватывает дополнительный электрон у атома Si и превращается в неподвижный отрицательный ион (б), в целом полупроводник остается нейтральным (в)

решётки $\frac{3}{2}kT$ составляет около 0,04 эВ, что значительно превышает энергию активации примеси E_d и E_a , то в нормальных условиях вся введённая примесь будет уже ионизирована.

В системах, состоящих из большого числа частиц, существуют определённые статистические закономерности распределения этих частиц по энергиям, которые описываются с помощью статистических функций распределения. Функция распределения $f(E, T)$ показывает вероятность заполнения частицами состояния с данной энергией E при определённой температуре T . Вид функции зависит от того, являются ли данные частицы различимыми и какое число частиц может находиться в данном разрешённом состоянии. Под различимостью понимают свойство частиц изменять физические характеристики твёрдого тела при перестановке этих частиц местами.

Если рассматриваются классические (не квантовые) системы и не учитываются какие-либо специфические свойства частиц, то применима функция распределения *Максвелла-Больцмана*

$$f_{\text{М.Б.}}(E, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right)}, \quad (3.3)$$

где μ — величина, подлежащая определению и называемая *химическим потенциалом*.

Химический потенциал выражает изменение внутренней энергии системы при добавлении к ней одной частицы при условии, что все остальные величины, от которых зависит внутренняя энергия системы (энтропия, объём) остаются неизменными. Применительно к физике твёрдого тела μ называют *уровнем Ферми* и обозначают E_F . Уровень Ферми определяется из условия, что сумма значений $f(E)$ по всем энергетическим уровням должна равняться полному числу электронов в системе. Следовательно, E_F определяется числом частиц и внешними параметрами, в частности температурой.

В квантовой механике микрочастицы являются *неразличимыми*. При этом возникают функции распределения двух видов. Одна из них применима к частицам — *бозонам*, которые не подчиняются *запрету Паули*, они могут неограниченно заполнять одно и то же энергетическое состояние, причём тем легче, чем больше их в этом состоянии находится. Другая функция применима к частицам — *фермионам*, которые подчиняются *принципу запрета Паули* (в одном и том же квантовом состоянии не может оказаться более одного фермиона, т. е. на одном энергетиче-

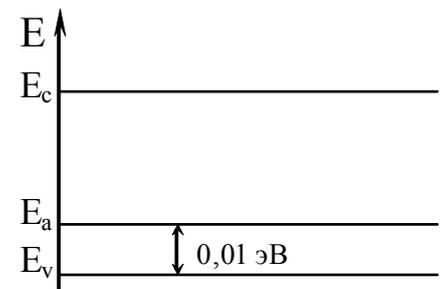


Рисунок 3.7. Положение акцепторного уровня E_a

ском уровне может находиться только две частицы с разными спинами). К фермионам относятся электроны, протоны, нейтроны, к бозонам — фотоны, фононы.

Бозоны подчиняются статистике *Бозе-Эйнштейна*:

$$f_{\text{Б.Э.}}(E, T) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} - 1}. \quad (3.4)$$

В условиях равновесия бозоны имеют *максимум* свободной энергии, поэтому химический потенциал бозонов равен нулю. Тогда справедливо:

$$f_{\text{Б.Э.}}(E, T) = \frac{1}{e^{\frac{E}{kT}} - 1}. \quad (3.5)$$

Распределение фермионов по энергетическим уровням описывается с помощью статистики *Ферми-Дирака*, функция распределения которой имеет вид

$$f_{\text{Ф.Д.}}(E, T) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}. \quad (3.6)$$

В случае, если $T = 0$ К, энергетические уровни с энергиями $E < E_F$ заполнены полностью, так как при этом функция распределения $f_{\text{Ф.Д.}}(E, T) \rightarrow 1$, в то время как состояния с энергиями $E > E_F$ полностью свободны ($f_{\text{Ф.Д.}}(E, T) \rightarrow 0$).

Рассмотрим распределение Ферми-Дирака на примере металла (рис. 3.8):

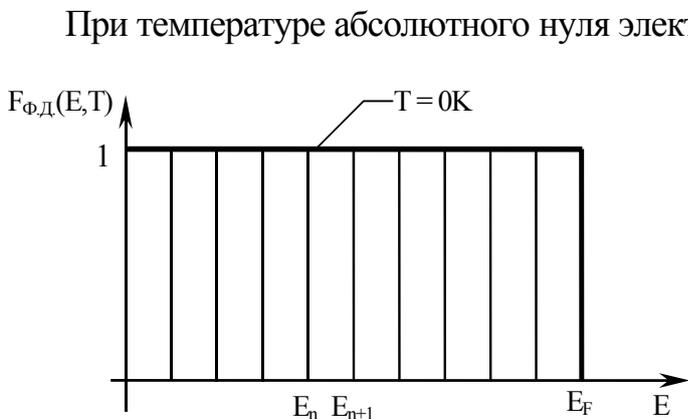


Рисунок 3.8. Функция распределения Ферми-Дирака при $T = 0$ К

При температуре абсолютного нуля электроны в металле стремятся занять состояния с минимальной энергией. Поскольку на каждом уровне может находиться только по два электрона, а энергетическая зона металла заполнена не полностью, то электроны занимают уровни начиная с нижнего вплоть до какого-то верхнего, определяемого количеством свободных электронов. Верхний заполненный уровень будет уровень Ферми. Все нижележащие уровни при

$T = 0$ К полностью заняты (рис. 3.9).

При $T > 0$ К часть электронов приобретает возможность перейти на вышележащие свободные уровни. Однако тепловому возбуждению могут подвергаться только электроны, лежащие ниже уровня Ферми на расстоянии порядка kT (энергия теплового возбуждения, приходящаяся на одну степень свободы). Функция Ферми-Дирака при этом претерпевает размытие ступеньки на величину kT (рис. 3.10).

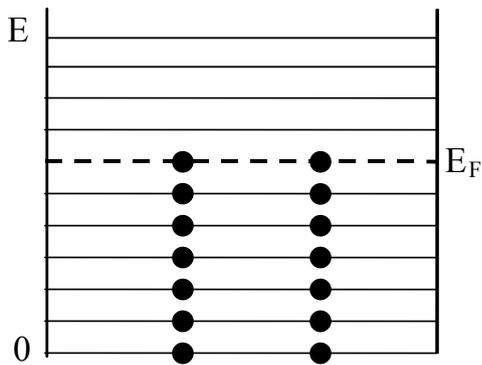


Рисунок 3.9. Распределение электронов в металле при $T = 0$ К. Если же определяется вероятность заполнения фермионами уровней зоны проводимости полупроводника, то можно использовать распределение Максвелла–Больцмана, поскольку в этом случае число энергетических уровней в зоне значительно превышает возможное число частиц в ней и специфика фермионов не проявляется.

Вероятность того, что энергетический уровень E занят не электроном, а дыркой, будет равна $1 - f(E, T)$.

Таким образом, уровень Ферми — это уровень, совпадающий с уровнем максимальной энергии, которой могут обладать электроны при $T = 0$ К. При любой другой температуре, отличной от нуля, это энергетический уровень, вероятность заполнения которого равна $1/2$.

При определении среднего числа частиц, находящихся при данной температуре T на энергетическом уровне E , функция распределения Ферми-Дирака используется применительно к металлам и к вырожденным полупроводникам. Если же определяется вероятность

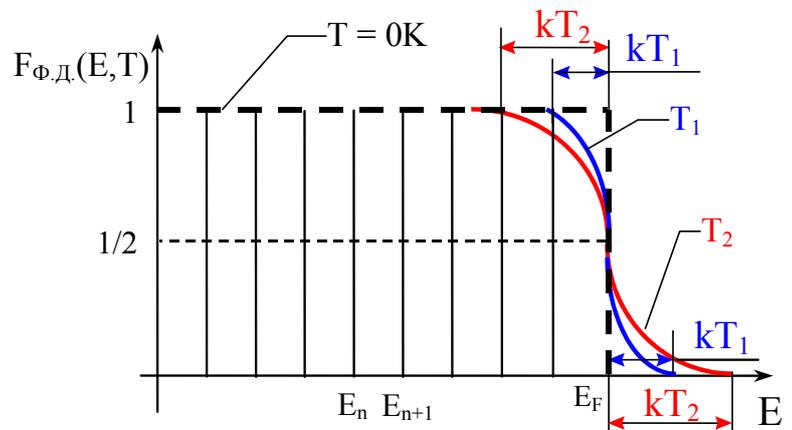


Рисунок 3.10. Распределение Ферми-Дирака при $T > 0; T_2 > T_1$

3.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 3

Пример 1

Уровень Ферми полупроводника находится на $0,3$ эВ ниже дна зоны проводимости. Какова вероятность того, что при комнатной температуре энергетические уровни, расположенные на расстоянии $3kT$ выше дна зоны проводимости, заняты электронами? Какова вероятность того, что уровень у потолка валентной зоны содержит дырки, если ширина запрещённой зоны $1,1$ эВ?

Решение

Зонная структура полупроводника для данного случая показана на рис. 3.11.

Для электронов проводимости (или дырок) правомерно использовать как распределение Максвелла-Больцмана, так и распределение Ферми-Дирака, поскольку при $E \gg E_F$, единицей в знаменателе $f_{Ф.д.}$ можно

пренебречь и $f_{\text{Ф.Д.}} \rightarrow f_{\text{М.Б.}}$

$$f_{\text{Ф.Д.}}(E, T) = \left[\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1 \right]^{-1}.$$

Имеем:

$$E - E_F = 3kT - 0,3 \text{ эВ} = 0,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + 3kT \text{ (Дж)}$$

При $T = 290 \text{ К}$ разность

$$E - E_F = 4,8 \cdot 10^{-20} + 1,2 \cdot 10^{-20} = 6 \cdot 10^{-20} \text{ (Дж)}.$$

Тогда

$$f_{\text{Ф.Д.}}(E, T) = \left[\exp(14,99) + 1 \right]^{-1} = 3,08 \cdot 10^{-7}.$$

Для второй части задачи имеем

$$E - E_F = (-1,1 \text{ эВ}) - (-0,3 \text{ эВ}) = -0,8 \text{ эВ} = -1,28 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}.$$

Вероятность заполнения электронами уровня у потолка валентной зоны:

$$f_{\text{Ф.Д.}} = \left[\exp(-31,98) + 1 \right]^{-1} = \left[1,286 \cdot 10^{-14} + 1 \right]^{-1} \approx 1.$$

Для дырок соответствующая вероятность будет равна

$$1 - f_{\text{Ф.Д.}} = 1 - \frac{1}{1,29 \cdot 10^{-14} + 1} = \frac{1,29 \cdot 10^{-14}}{1,29 \cdot 10^{-14} + 1} \approx 1,29 \cdot 10^{-14}.$$

3.1. На какое количество подуровней расщепляется p – уровень изолированного атома при образовании кристалла? Привести рисунок.

3.2. Кристаллическое вещество имеет кубическую структуру. Постоянная решётки $a = 0,25 \text{ нм}$. Для образца объёмом 1 см^3 вычислить: а) число уровней в каждой энергетической зоне; б) расстояние между уровнями в энергетической зоне шириной 1 эВ .

3.3. Кристалл имеет кубическую структуру. Постоянная решётки $a = 4 \text{ \AA}$. Определить расстояние между уровнями в энергетической зоне шириной 1 эВ . Как изменится среднее расстояние между уровнями если первоначальный объём кристалла, равный 1 см^3 , уменьшится в 10 раз?

3.4. Решить задачу, рассмотренную в примере 3 темы 2, в предположении, что в потенциальной яме находятся три бозона.

3.5. Решить задачу, рассмотренную в примере 3 темы 2, в предположении, что в потенциальной яме находятся три фермиона.

3.6. Найти полную концентрацию ионизированных примесей N_n в полупроводнике n – типа, если концентрация компенсирующих акцепторов N_a ,

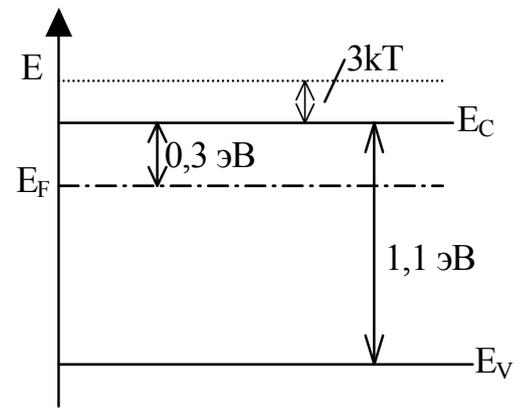


Рисунок 3.11. Пояснения к Примеру 1

а концентрация основных носителей заряда n (задачу решить в общем виде).

3.7. Вместо распределения Ферми-Дирака используют распределение Максвелла-Больцмана. Определить относительную ошибку такой замены при $E - E_F = kT$ и $E - E_F = 4kT$.

3.8. Показать, что вероятность того, что электрон в кристалле обладает энергией, превышающей энергию Ферми E_F на величину ΔE , в точности совпадает с вероятностью отсутствия электрона в состоянии, энергия которого меньше значения E_F на ту же величину ΔE .

3.9. Энергия Ферми для кристалла серебра равна 5,5 эВ. Для серебра при температуре, немного меньшей точки плавления 1230 К, найти вероятность того, что электрон имеет энергию 5,0 и 5,6 эВ.

3.10. Во сколько раз изменится вероятность заполнения электронами энергетического уровня в металле, если уровень расположен на 0,1 эВ ниже уровня Ферми и температура изменится от 200 до 500 К?

3.11. Вычислить, во сколько раз изменится вероятность заполнения электронами в металле энергетического уровня, расположенного на 0,1 эВ выше E_F , если температуру металла повысить с 300 до 1000 К.

3.12. Кристаллическое вещество имеет кубическую структуру. Постоянная решётки $a = 0,45$ нм. Для образца объёмом 1 см^3 вычислить число уровней в каждой энергетической зоне.

3.13. Используя распределение Ферми-Дирака, рассчитать при 300 К вероятность заполнения электронами энергетического уровня, лежащего выше уровня Ферми на: а) 0,1 эВ; б) 1,0 эВ и ниже уровня Ферми на 0,1 эВ.

3.14. В образце кремния n – типа при комнатной температуре уровень Ферми равен 0,244 эВ; принимая энергию активации донорного уровня $E_c - E_d = 50$ мэВ, определить вероятность того, что донорный уровень занят.

3.15. Для предыдущей задачи определить относительную долю ионизированных атомов с незанятым донорным уровнем.

3.16. Определить положение уровня Ферми в образце кремния, легированного атомами фосфора, если $E_c - E_d = 0,044$ эВ и при $T = 153$ К доля ионизированных атомов примеси составляет 95%.

3.17. Определить температуру, при которой в твёрдом проводнике вероятность найти электрон с энергией 0,5 эВ над уровнем Ферми равна 2%.

3.18. В образце германия, легированного атомами мышьяка, доля ионизиро-

ванных атомов примеси при $T = 150 \text{ K}$ составляет 90%. Определить относительную долю ионизированной примеси при $T = 50$ и 300 K , если $E_c - E_a = 0,05 \text{ эВ}$.

3.19. Ширина запрещённой зоны чистого полупроводника равна 1 эВ . Вычислить вероятность заполнения уровня вблизи дна зоны проводимости при 300 K . Изменится ли эта вероятность, если на полупроводник действует электромагнитное излучение: а) с длиной волны $1,0 \text{ мкм}$; б) с длиной волны $2,0 \text{ мкм}$.

3.20. Уровень Ферми расположен на $0,3 \text{ эВ}$ ниже дна зоны проводимости. Какова вероятность того, что при комнатной температуре энергетические уровни, расположенные на расстоянии 3 эВ выше дна зоны проводимости, заняты электронами?

3.21. В чистом германии ширина запрещённой зоны равна $0,72 \text{ эВ}$. Насколько надо повысить температуру по сравнению с 300 K , чтобы число электронов проводимости увеличилось в 2 раза?

3.22. Ширина запрещённой зоны полупроводника равна $0,72 \text{ эВ}$. Какова вероятность того, что уровень у потолка валентной зоны содержит дырки, если при $T = 300 \text{ K}$ уровень Ферми находится на $0,07 \text{ эВ}$ ниже дна зоны проводимости.

3.23. Уровень Ферми полупроводника находится на $0,01 \text{ эВ}$ выше потолка валентной зоны. Рассчитать вероятность появления дырки на верхнем уровне валентной зоны при 300 K и при 80 K .

3.24. Уровень Ферми полупроводника находится на $0,01 \text{ эВ}$ выше потолка валентной зоны. Определить вероятность нахождения электрона на дне зоны проводимости при 300 K , если ширина запрещённой зоны полупроводника $0,67 \text{ эВ}$.

3.25. Определить вероятность заполнения электронами энергетического уровня, расположенного на $10kT$ выше уровня Ферми. Как изменится вероятность заполнения этого уровня электронами, если температуру увеличить в 2 раза?

3.26. В чистом германии при температуре 300 K имеется $4,4 \cdot 10^{28}$ атомов на 1 м^3 и $2,3 \cdot 10^{19}$ электронов проводимости на 1 м^3 . Чему равна концентрация дырок и электронов проводимости при этой температуре в примесном германии, содержащем 1 атом донорных примесей на 10^{10} основных атомов и такую же концентрацию акцепторных примесей?

3.27. В кремнии, легированном атомами бора, доля ионизированных атомов примеси при $T = 150 \text{ K}$ составляет 85%. Определить относительную долю ионизированной примеси при $T = 50$ и 300 K , если $E_c - E_a = 0,1 \text{ эВ}$.

3.28. В образце кремния n – типа при комнатной температуре уровень Ферми равен $0,44 \text{ эВ}$; принимая энергию активации донорного уровня

$E_c - E_d = 50$ мэВ, определить вероятность того, что уровень E_d свободен.

3.29. Кристалл имеет ОЦК решётку с постоянной решётки $a = 2,5 \text{ \AA}$. Для образца объёмом 1 см^3 вычислить среднее расстояние между уровнями в энергетической зоне шириной 1 эВ.

3.30. Определить температуру, при которой вероятность обнаружения электрона в зоне проводимости чистого германия равна 2%.

3.3. Теоретические вопросы к теме 3

3.1. Опишите сущность адиабатического и одноэлектронного приближения.

3.2. Опишите процесс образования и характер энергетических зон для случая сильносвязанных электронов (модель сильной связи).

3.3. Объяснить причины образования энергетических зон в кристалле. Чем определяется ширина энергетической зоны?

3.4. Записать периодические граничные условия вдоль x для кристалла длиной L и получить возможные значения волнового вектора k .

3.5. Что описывает модель Кронига-Пенни?

3.6. Какие основные выводы следуют из рассмотрения поведения в кристалле слабосвязанных электронов (модель слабой связи)?

3.7. Записать функцию Блоха и объяснить её физический смысл.

3.8. В каких пределах ограничены физически различные значения волнового вектора k в кристалле? Привести дисперсионную зависимость $E(k)$ для электрона, движущегося в кристалле.

3.9. Дать определение зонам Бриллюэна. Что называется приведенной зоной Бриллюэна?

3.10. В чём заключается физическая причина разрывов в энергетическом спектре электрона проводимости (причина существования запрещённых зон)?

3.11. Чем определяется ширина запрещённой зоны в полупроводниках?

3.12. Чем определяется число уровней в энергетической зоне для простых и сложных решёток?

3.13. Какие вещества называют проводниками и полупроводниками в зонной теории?

3.14. Как влияют валентность элемента и число электронов в его эле-

ментарной ячейке на электрические свойства вещества? Объяснить.

3.15. Представить и сравнить зонные диаграммы для случаев образования металлов, полупроводников и диэлектриков.

3.16. Получить выражение для эффективной массы электрона.

3.17. Приведите рисунки образования в кристалле Si или Ge донорной и акцепторной типов проводимости.

3.18. Где расположены энергетические уровни в примесных полупроводниках? Привести энергетические диаграммы. Сравнить величину энергии активации примеси с энергией тепловых колебаний атомов кристалла.

3.19. Почему примесный уровень в полупроводнике дискретен?

3.20. Охарактеризовать свойства компенсированных полупроводников.

3.21. В чём различие между вырожденными коллективами и невырожденными?

3.22. Какой статической функцией описываются невырожденные коллективы? Дать характеристику этой функции.

3.23. Что характеризуют статистические функции распределения? Записать формулы распределения Максвелла-Больцмана и Ферми-Дирака. Привести их графики при различных температурах.

3.24. В чём состоит существенное различие между функциями распределения Максвелла-Больцмана и распределения Ферми-Дирака и при каких условиях используется каждая из этих функций?

3.25. В чём заключается физический смысл уровня Ферми в металлах? Чем определяется местоположение E_F в металлах?

3.26. Как определить скорость движения электрона в кристалле исходя из дисперсионной зависимости $E(k)$? Когда она достигает максимума?

3.27. В чём различие положения уровня Ферми в собственном и сильнолегированном полупроводниках. Приведите энергетические диаграммы.

3.28. Что такое эффективная масса электрона? Объяснить её физический смысл.

3.29. Перечислить основные свойства эффективной массы электрона. Когда эффективная масса перестает служить аналогом массы электрона?

3.30. Охарактеризовать понятие "дырки" с точки зрения зонной теории. Что представляет собой дырка физически?

Тема 4. ОСНОВЫ СТАТИСТИКИ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В МЕТАЛЛАХ И ПОЛУПРОВОДНИКАХ

4.1. Краткие теоретические сведения

Количество энергетических уровней $N_0^E(E)$, лежащих в интервале от 0 до E , в кристалле объёмом V определяется выражением

$$N_0^E(E) = \frac{4}{3} \pi \frac{(2m_n^* E)^{3/2}}{h^3} \cdot V. \quad (4.1)$$

В соответствии с принципом Паули на каждом энергетическом уровне может находиться по два электрона с разными ориентациями спина. Поэтому число квантовых состояний с энергиями от 0 до E будет в два раза выше:

$$N_0^E(E) = \frac{8}{3} \pi \frac{(2m_n^* E)^{3/2}}{h^3} \cdot V. \quad (4.2)$$

Для кристалла единичного объёма $V = 1$.

Обозначим через dN число разрешённых состояний, приходящихся на единицу объёма и лежащих в пределах от E до $E + dE$. Тогда число состояний, приходящихся на единичный интервал энергии dE , есть плотность энергетических состояний:

$$N(E) = \frac{dN(E)}{dE}. \quad (4.3)$$

С учётом (4.2) плотность состояний будет равна

$$\frac{dN_0^E(E)}{dE} = N(E) = 4\pi \left(\frac{2m_n^*}{h^2} \right)^{3/2} E^{1/2}. \quad (4.4)$$

Таким образом, плотность энергетических состояний (уровней) $N(E) \sim E^{1/2}$, т. е. увеличивается с ростом E и возрастает с увеличением m^* .

Распределение электронов в металле

Согласно зонной теории, последняя разрешённая зона металла заполнена электронами не полностью. При $T = 0$ К электроны последовательно заполняют энергетические уровни с низшего до уровня Ферми. Уровень Ферми отделяет занятые состояния от свободных, т. е. E_F — это максимальная энергия, которой могут обладать электроны при $T = 0$ К.

Выражение (4.2) описывает число разрешённых квантовых состояний для электронов, имеющих энергии от 0 до E . Следовательно, число элек-

тронов в металле также можно определить, используя (4.2):

$$n = N_0^{E_F} = \frac{8}{3} \pi \frac{(2m_n^* E_F)^{3/2}}{h^3}. \quad (4.5)$$

Отсюда

$$E_F = \frac{h^2}{2m_n^*} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}. \quad (4.6)$$

Подставляя в (4.6) константы и принимая для металлов $n = 10^{28} \text{ м}^{-3}$, получаем оценку для $E_F \approx 5 \text{ эВ}$. Это очень большая величина. Обычные молекулы газа имели бы такую энергию при $T \approx 40000^\circ \text{С}$.

Максимальная скорость ферми-электронов равна

$$v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m_n^*}} \approx 10^6 \text{ м/с} \quad (4.7)$$

и практически не зависит от температуры, так как, например, при 300 К энергия тепловых колебаний решётки $3/2kT$ оказывается порядка 0.04 эВ, т. е. значительно меньше, чем E_F . При $T \neq 0 \text{ К}$ часть электронов под действием теплового возбуждения переходит на уровни, лежащие выше E_F . Средняя энергия теплового возбуждения одного электрона — порядка kT . Для всех температур, меньших температуры плавления металла, величина kT в сотни раз меньше E_F . Поэтому тепловому возбуждению подвергаются только электроны, находящиеся в узком слое уровней энергии толщиной порядка kT , расположенном непосредственно под уровнем Ферми. Большая же часть электронов остается на своих местах, так как для них энергии теплового возбуждения недостаточно, чтобы перескочить на свободный уровень, лежащий выше уровня Ферми, а все уровни с близкими значениями энергии уже заняты другими электронами и их дополнительное заполнение запрещено принципом Паули. Оценим число термически возбужденных электронов (Δn). При $T = 0 \text{ К}$ в интервале значений энергии от 0 до E_F находится N электронов. При $T > 0 \text{ К}$ тепловому возбуждению подвергаются только электроны, лежащие в полосе kT вблизи уровня Ферми E_F . Число электронов, приходящихся на полосу kT , равно $\frac{kT}{E_F} \cdot N$.

Считая, что возбуждению подвергается половина из них, получаем

$$\Delta n = \frac{kTN}{2E_F}. \quad (4.8)$$

Подставляя константы и полагая, что $E_F \approx 5$ эВ, а $kT \approx 0,025$ эВ (при $T = 300^\circ\text{C}$), получаем, что $\Delta n \approx 0,01 \cdot N$.

По тем же причинам участвовать в электропроводности могут только электроны с энергией, близкой к уровню Ферми. Различные процессы рассеяния при токопереносе препятствуют переводу ферми-электронов на свободные энергетические уровни, расположенные значительно выше E_F , что не позволяет участвовать в электропереносе электронам с низших уровней, поэтому в случае металлов следует различать свободные электроны и электроны проводимости, число которых значительно меньше.

Таким образом, распределение электронов в металле при любой температуре мало отличается от распределения при температуре, равной нулю, т. е. концентрация носителей в металле от температуры практически не зависит.

Концентрация носителей заряда и положение уровня Ферми в полупроводниках

Число электронов в зоне проводимости с энергиями от E до $E + dE$ будет определяться произведением плотности уровней в зоне проводимости на вероятность их заполнения, т. е.

$$dn = N(E) \cdot f_{\text{М.Б.}}(E, T) dE, \quad (4.9)$$

где $N(E)$ — плотность квантовых состояний;

$f_{\text{М.Б.}}(E, T)$ — функция распределения Максвелла-Больцмана.

Тогда количество электронов в зоне проводимости будет равно

$$n = \int_{E_1}^{E_2} N(E) \cdot f_{\text{М.Б.}}(E, T) dE, \quad (4.10)$$

где E_1 и E_2 — границы зоны проводимости.

Обычно отсчёт энергии электронов в полупроводнике производят от уровня $E_c = 0$. В качестве верхней границы зоны можно положить $E_2 = \infty$, так как число электронов, находящихся в зоне, резко уменьшается с увеличением их энергии. Тогда из (4.10) можно получить

$$n = 2 \left(\frac{2\pi k T m_n^*}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right) = N_c \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right), \quad (4.11)$$

где

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi k T m_n^*}{h^2} \right)^{3/2} \quad (4.12)$$

есть эффективная плотность состояний в зоне проводимости.

В случае акцепторного полупроводника число дырок в валентной зоне определяется аналогично, но при этом вероятность образования дырки в зоне равна $1 - f_{\text{М.Б.}}(E, T)$, где $f_{\text{М.Б.}}(E, T)$ — вероятность нахождения электрона на уровне E при температуре T . Интегрирование ведется в пределах от минус ∞ до E_v . Тогда соответствующее выражение для дырок имеет вид

$$p = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{kT}\right), \quad (4.13)$$

где

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi kT m_p^*}{h^2} \right)^{3/2} \quad (4.14)$$

есть эффективная плотность состояний в валентной зоне.

Если отсчёт энергии ведется от уровня E_c , то $E_v = -E_g$, где E_g — ширина запрещённой зоны полупроводника, то

$$p = N_v \exp\left(-\frac{E_F + E_g}{kT}\right). \quad (4.15)$$

Формулы (4.11) и (4.15) справедливы как для собственных, так и для примесных полупроводников. Однако значения E_F в этих случаях различны.

В собственном полупроводнике носители образуются при переходе электрона из валентной зоны в зону проводимости с образованием пары свободных носителей: *электрона* и *дырки*. Концентрации электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне равны, т. е. $n = p = n_i$ — собственная концентрация носителей. Очевидно, что n_i определяется величиной ширины запрещённой зоны E_g данного полупроводника и его температурой T .

Перемножим (4.11) и (4.15):

$$n \cdot p = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) = n_i^2. \quad (4.16)$$

Откуда для собственной концентрации получаем

$$n_i = (N_c N_v)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right). \quad (4.17)$$

Для заданных значений E_g и T произведение $n \cdot p = n_i^2 = \text{const}$.

Соотношение

$$n \cdot p = n_i^2 \quad (4.18)$$

носит название *закона действующих масс*. В случае термодинамического равновесия

он справедлив и для примесных полупроводников, устанавливая связь между концентрациями основных и неосновных носителей в легированном полупроводнике:

$$n_n \cdot p_n = n_i^2, \quad (4.19)$$

$$n_p \cdot p_p = n_i^2. \quad (4.20)$$

Деля почленно (4.11) на (4.15), логарифмируя полученное выражение и учитывая, что $\ln(n/p) = 0$ при $n = p$, можем получить выражение для определения уровня Ферми:

$$E_F = -\frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right). \quad (4.21)$$

Таким образом, при $T = 0$ К уровень Ферми в собственном полупроводнике находится посередине запрещённой зоны, а с увеличением температуры он смещается кверху, если $m_p^* > m_n^*$, или опускается к E_v , если $m_p^* < m_n^*$.

При увеличении температуры кристалла возрастает амплитуда тепловых колебаний атомов решётки, в результате чего усиливается перекрытие волновых функций их электронов. В свою очередь это вызывает увеличение ширины зоны проводимости и валентной зоны и соответственное уменьшение ширины запрещённой зоны. Изменение E_g с ростом T описывается соотношением

$$E_g(T) = E_g(0) - b \cdot T, \quad (4.22)$$

где $E_g(0)$ — ширина запрещённой зоны при $T=0$ К;

b [эВ/К] — коэффициент изменения E_g .

В примесных полупроводниках носители заряда образуются за счёт ионизации атомов примеси и из-за перехода электронов из валентной зоны в зону проводимости (рис. 4.1).

Если известен уровень Ферми E_F , то определить концентрацию носителей заряда можно, используя полученные ранее формулы (4.11) и (4.15).

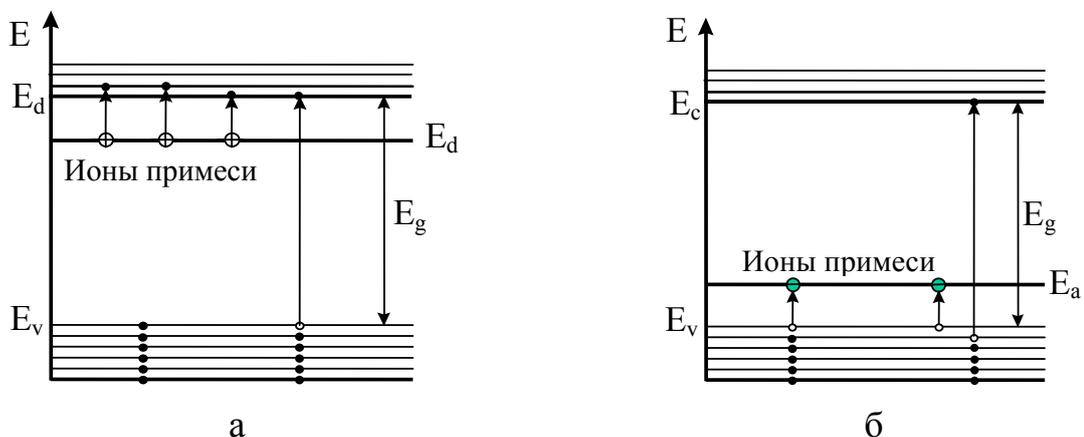


Рисунок 4.1. Образование носителей заряда в полупроводниках:

а — n – типа; б — p – типа

Однако положение уровня Ферми в этом случае требует определения.

Пусть имеется полупроводник n – типа с концентрацией доноров N_d . При низких температурах, когда энергия тепловых колебаний $E_T = 3/2kT$ значительно меньше, чем энергия активации атомов примеси E_d , примесные электроны находятся на донорном уровне и зона проводимости полностью свободна. При увеличении температуры кристалла тепловая энергия E_T , сообщаемая атомам примеси, возрастает и электроны начинают переходить с примесного уровня в зону проводимости, т. е. происходит ионизация атомов донорной примеси. В случае акцепторного полупроводника процесс ионизации примеси ведет к образованию носителей заряда в валентной зоне — дырок. В обоих случаях рост концентрации носителей заряда с изменением температуры происходит по экспоненциальному закону:

$$n = (N_c N_d)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_d}{2kT}\right), \quad (4.23)$$

$$p = (N_v N_a)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_a}{2kT}\right), \quad (4.24)$$

при этом отсчёт энергии примесного уровня ведется от края зоны.

В логарифмическом масштабе концентрационные зависимости $\ln n(T)$ и $\ln p(T)$ в области низких температур представляют собой прямые (рис. 4.2, участок 1).

Положение уровня Ферми при этом для донорного и акцепторного полупроводников определяется соответственно выражениями

$$E_{Fn} = -\frac{E_d}{2} + \frac{kT}{2} \cdot \ln\left(\frac{N_c}{N_d}\right), \quad (4.25)$$

$$E_{Fp} = -\frac{E_a}{2} + \frac{kT}{2} \cdot \ln\left(\frac{N_v}{N_a}\right). \quad (4.26)$$

При температуре $T = T_s$, соответствующей условию $E_T = 3/2kT_s \approx E_d$, практически вся примесь будет ионизирована и дальнейшее увеличение температуры кристалла вплоть до $T = T_i$ уже не будет влиять на концентрацию носителей — она будет оставаться постоянной и равной концентрации введённой примеси N_d или N_a (рис. 4.2, участок 2). В соответствии с (4.11)

$$n = N_d = N_c \exp\left(\frac{E_F}{kT_s}\right). \quad (4.27)$$

Исходя из (4.27), при последующем увеличении температуры изменение $E_F(T)$ будет происходить линейно в соответствии с выражением

$$E_F = kT \cdot \ln\left(\frac{N_d}{N_c}\right). \quad (4.28)$$

При достаточно высоких температурах $T > T_i$ начнется ионизация атомов самого кристалла: под действием возрастающей тепловой энергии валентные электроны приобретают способность к преодолению запрещенной зоны с образованием пары носителей — электрона в зоне проводимости и дырки в валентной зоне. Процесс увеличения концентрации собственных носителей заряда, как следует из (4.17), зависит от температуры тоже экспоненциально (рис. 4.2, участок 3). Когда концентрация собственных носителей заряда превысит концентрацию введенной в полупроводник примеси, т. е. при выполнении условия $p_i > N_d$ или $n_i > N_a$, проводимость в кристалле станет собственной, а уровень Ферми совпадет с E_F для собственного полупроводника.

Так как энергия активации примеси E_d (для акцепторов E_a) составляет около 0,01 эВ, а энергия тепловых колебаний атомов решетки E_T при 300 К приблизительно равна 0,04 эВ, т. е. $E_d \ll E_T$, то в нормальных условиях вся примесь уже полностью ионизирована. Следовательно, концентрация носителей в примесном полупроводнике при $T = 300$ К определяется концентрацией введенной примеси N_d или N_a .

Если в полупроводнике одновременно присутствуют как донорная, так и акцепторная примеси, то полупроводник называется компенсированным. Электроны донорной примеси, стремясь занять состояния с минимальной энергией, будут переходить на акцепторные уровни, ионизируя акцепторы. Тип проводимости при этом будет определяться разностью концентраций доноров N_d и акцепторов N_a . Если $N_d > N_a$, то образец n – типа, а если $N_d < N_a$, то p – типа. При равенстве концентраций доноров и акцепторов полупроводник называют полностью скомпенсированным. В этом случае проводимость в полупроводнике будет обусловлена собственными носителями заряда, однако из-за большого количества ионов примесей электропроводность такого полупроводника будет существенно ниже, чем собственного.

При нормальных условиях энергия, необходимая для образования носителей заряда, приобретает за счёт тепловых колебаний атомов. Обмениваясь энергией при своем

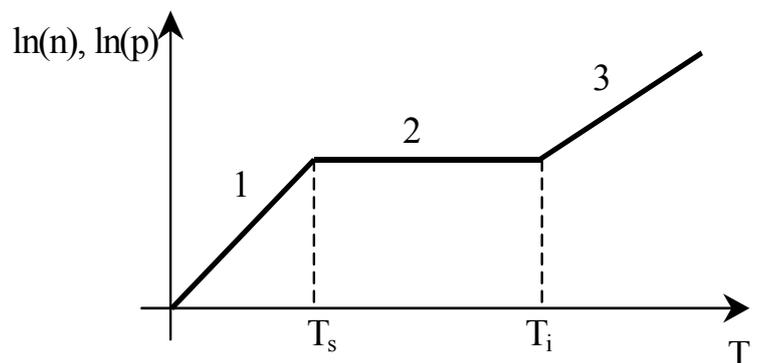


Рисунок 4.2. Зависимость концентрации носителей заряда в легированном полупроводнике от температуры:

- 1 – процесс ионизации примеси;
- 2 – примесь полностью ионизирована;
- 3 – переход к собственной концентрации

взаимодействии с решёткой в процессе движения, носители заряда находятся в тепловом равновесии с кристаллической решёткой. Поэтому их называют равновесными (стационарными) и обозначают n_0, p_0 .

Появление в полупроводнике свободных носителей заряда может быть связано также с действием внешней энергии. Под действием света, ионизирующих частиц, в процессе *инжекции* и т. д. в локальном объёме полупроводника возникают избыточные (по сравнению с равновесными) носители заряда Δn , а полная концентрация носителей в нем становится равной $n = n_0 + \Delta n$. В момент генерации избыточные носители не находятся в тепловом равновесии с решёткой и их называют неравновесными.

После прекращения воздействия концентрация неравновесных носителей Δn вследствие процессов *рекомбинации* быстро убывает. Среднее время, которое проводит носитель заряда в свободном состоянии, называется временем жизни неравновесных носителей τ_n . Так как каждый избыточный носитель живёт в среднем τ_n секунд, то за одну секунду успеет прорекомбинировать $\Delta n/\tau_n$ электронов, где Δn — избыточная концентрация в данный момент времени.

Тогда скорость рекомбинации неравновесных электронов

$$R_n = -\frac{d\Delta n}{dt} = \frac{\Delta n}{\tau_n}. \quad (4.29)$$

Откуда для $\Delta n(t)$ получаем

$$\Delta n(t) = \Delta n_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right), \quad (4.30)$$

где Δn_0 — концентрация избыточных электронов в момент выключения внешнего воздействия ($t = 0$).

Образование неравновесных носителей заряда в какой-либо области полупроводника ведёт к установлению градиента концентрации носителей заряда в кристалле — для одномерного случая dn/dx . В результате в объёме полупроводника наблюдается процесс диффузии носителей заряда, стремящийся выровнять разность концентрации. *Диффузией* называют процесс перемещения носителей заряда в направлении убывания их концентрации за счёт собственного теплового хаотического движения. Плотность диффузионного тока $j_{n \text{ диф}}$ определяется *первым законом Фика*:

$$j_n = qD_n \frac{dn}{dx}, \quad (4.31)$$

если избыточные носители — электроны. Если же носители — дырки, то

$$j_p = -qD_p \frac{dp}{dx}, \quad (4.32)$$

где D_n, D_p — коэффициенты диффузии.

При одинаковом направлении градиента концентрации из-за различия в знаках заряда диффузионные токи текут в противоположных направлениях.

Коэффициенты диффузии D_n, D_p [$\text{м}^2/\text{с}$], также как и подвижности носителей заряда μ_n, μ_p , определяются процессами рассеяния. Связь между соответствующими коэффициентами устанавливают *соотношения Эйнштейна*:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n, \quad (4.33)$$

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p. \quad (4.34)$$

Изменение концентрации неравновесных носителей $\Delta n(x)$ вдоль полупроводника при удалении на расстояние x от места их генерации ($x = 0$) описывается выражением

$$\Delta n(x) = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right), \quad (4.35)$$

где $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ — диффузионная длина электрона, т. е. среднее расстояние, которое проходит свободный электрон за время своей жизни τ_n до рекомбинации.

В случае дырок $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$, а выражение для $\Delta p(x)$ выглядит аналогично (4.35).

4.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 4

Пример 1

Вычислить собственную концентрацию носителей заряда в кремнии при $T = 300 \text{ К}$, если ширина запрещённой зоны $\Delta E_g = 1,12 \text{ эВ}$, а эффективные массы электронов и дырок соответственно составляют $m_c^* = 1,05 m_0$; $m_v^* = 0,56 m_0$, где m_0 — масса свободного электрона.

Решение.

Концентрация собственных носителей заряда определяется по формуле

$$n_i = \sqrt{N_c \cdot N_v} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{2kT}\right).$$

Эффективная плотность состояний для электронов в зоне проводимости

$$N_c = \frac{2(2\pi m_n^* \cdot kT)^{3/2}}{h^3} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^{3/2}}{(6,62 \cdot 10^{-34})^3} = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Эффективная плотность состояний для дырок в валентной зоне

$$N_v = \frac{2(2\pi \cdot m_p^* \cdot kT)^{3/2}}{h^3} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 0,56 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 300)^{3/2}}{(6,62 \cdot 10^{-34})^3} = 1,05 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Отсюда следует, что собственная концентрация носителей заряда составит

$$n_i = 10^{25} \cdot \sqrt{2,69 \cdot 1,05} \cdot \exp\left(\frac{1 \cdot 12}{2 \cdot 8,625 \cdot 10^5 \cdot 300}\right) \approx 7 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}.$$

Пример 2

Найти положение уровня Ферми в собственном германии при 300 К, если известно, что ширина запрещённой зоны $E_g = 0,665$ эВ, а эффективные массы для электронов и дырок соответственно составляют: $m_c^* = 0,55 m_0$, $m_v^* = 0,388 m_0$.

Решение.

Положение уровня Ферми в собственном полупроводнике определяется выражением

$$E_F = -\frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} \cdot kT \cdot \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}.$$

Таким образом,

$$E_F = -\frac{0,665}{2} + \frac{3}{4} \cdot 8,625 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln \frac{6,04 \cdot 10^{24}}{1,02 \cdot 10^{25}} = 0,326 \text{ эВ}.$$

Пример 3

Найти долю свободных электронов в металле при $T = 0$ К, кинетическая энергия которых больше половины максимальной.

Решение.

Максимальная кинетическая энергия, которой могут обладать электроны в металле при $T=0$ К, соответствует энергии уровня Ферми E_F . Положение уровня Ферми в данном проводнике, согласно (4.5), определяется имеющимся количеством свободных электронов $n(E_F)$:

$$n(E_F) = N_0^{E_F} = \frac{8}{3} \pi \frac{(2m_n^* E_F)^{3/2}}{h^3}.$$

Число электронов в металле $n(E_F/2)$, энергия которых меньше чем $E_F/2$:

$$n\left(\frac{E_F}{2}\right) = N_0^{\frac{E_F}{2}} = \frac{8}{3} \pi \frac{\left(2m_n^* \cdot \frac{E_F}{2}\right)^{3/2}}{h^3}.$$

Следовательно, число электронов в металле, у которых энергия больше чем $E_F/2$, будет равно $n(E_F) - n\left(\frac{E_F}{2}\right)$. Тогда долю свободных электронов в металле при $T = 0$ К, кинетическая энергия которых больше половины максимальной, можно определить как

$$\frac{n(E_F) - n\left(\frac{E_F}{2}\right)}{n(E_F)} = \frac{(E_F)^{3/2} - \left(\frac{E_F}{2}\right)^{3/2}}{(E_F)^{3/2}} = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{3/2}}{1} = 0,646.$$

4.1. Определить положение уровня Ферми при $T = 300$ К в кристалле германия, легированном мышьяком до концентрации 10^{23} м^{-3} .

4.2. Вычислить энергию уровня Ферми, концентрацию носителей заряда и собственную проводимость германия при $T = 300$ К, если эффективные массы электронов и дырок соответственно равны: $m_0^* = 0,12 m_0$; $m_0^* = 0,2 m_0$, ширина запрещённой зоны $E_g = 0,72$ эВ, а подвижности $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$; $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

4.3. Кристалл арсенида индия легирован серой так, что избыточная концентрация доноров $N_d - N_a = 10^{22} \text{ м}^{-3}$. Можно ли считать, что при температуре $T = 300$ К электрические параметры этого полупроводника близки параметрам собственного арсенида индия, если эффективные массы электронов $m_n^* = 0,023 m_0$, дырок $m_p^* = 0,43 m_0$? Ширина запрещённой зоны (эВ) InAs изменяется с температурой по закону $0,462 - 3,5 \cdot 10^{-4} T$.

4.4. При комнатной температуре в германии ширина запрещённой зоны $E_g = 0,665$ эВ, а собственная концентрация носителей заряда $n = 2,1 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Во сколько раз изменится собственная концентрация n_i , если температуру повысить до 200°C ? Эффективные массы электронов и дырок соответствен-

но равны: $m_n^* = 0,55 m_0$; $m_p^* = 0,388 m_0$. Коэффициент температурного изменения ширины запрещённой зоны $b = 3,9 \cdot 10^{-4}$ эВ/К.

4.5. Определить, как изменится концентрация дырок в германии, содержащем мелкие доноры в концентрации $N_d = 10^{22} \text{ м}^{-3}$, при его нагревании от 300 до 400 К. При расчёте использовать данные предыдущей задачи.

4.6. Вычислить положение уровня Ферми при $T = 300$ К в кристаллах германия, содержащих $2 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$ атомов мышьяка и 10^{22} м^{-3} атомов бора.

4.7. Определите положение уровня Ферми в германии n-типа при $T = 300$ К, если на $1 \cdot 10^6$ атомов германия приходится 1 атом примеси. Концентрация атомов в германии $4,4 \cdot 10^{28}$ атомов/м³. Ширина запрещённой зоны 0,72 эВ. Донорный примесный уровень расположен на 0,01 эВ ниже дна зоны проводимости, а $m_n^* = 1,0005 m_0$.

4.8. В собственном германии ширина запрещённой зоны при 300 К равна 0,665 эВ. Насколько надо повысить температуру, чтобы число электронов в зоне проводимости увеличилось в 2 раза?

4.9. Вычислить собственную концентрацию носителей заряда в арсениде галлия при 300 и 500 К, если эффективные плотности состояний $m_n^* = 0,067 m_0$ и $m_p^* = 0,48 m_0$, а температурное изменение ширины запрещённой зоны подчиняется уравнению $\Delta E(T) = 1,522 - 5,8 \cdot 10^{-4} T^2 / (T + 300)$.

4.10. Определить положение уровня Ферми в кристалле арсенида галлия, легированного цинком до концентрации 10^{23} м^{-3} , при температуре: а) 300 К; б) 400 К. Считать, что при комнатной температуре все атомы примеси ионизированы.

4.11. Время жизни носителей заряда в полупроводнике n – типа со шлифованной поверхностью 78 мкс, а у образца, поверхность которого протравлена кислотой — 340 мкс. Найти диффузионную длину электрона при $T = 300$ К в обоих образцах, если подвижность $\mu_n = 0,36 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

4.12. В полупроводниковом кристалле образовалась избыточная концентрация носителей заряда 10^{20} м^{-3} . Начальная скорость уменьшения концентрации $5 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$. Определить время жизни неравновесных носителей заряда и значение избыточной концентрации носителей через 2 мс после прекращения внешнего возбуждения.

4.13. Определить время жизни τ электронно-дырочных пар, если в мо-

мент времени $t_1 = 10^{-4}$ с после выключения генерации концентрация неравновесных носителей оказалась в 10 раз больше, чем в момент времени $t_2 = 10^{-3}$ с.

4.14. Определить диффузионную длину дырок, если концентрация неравновесных носителей на расстоянии $x_1 = 2$ мм от точки генерации равна $\Delta p_1 = 10^{20} \text{ м}^{-3}$, а на расстоянии $x_1 = 4,3$ мм — $\Delta p_2 = 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

4.15. Вычислить энергию уровня Ферми, концентрацию носителей заряда и собственную проводимость германия при $T = 300 \text{ К}$, если $m_n^* = 0,12 m_0$; $m_p^* = 0,2 m_0$, $E_g = 0,75 \text{ эВ}$; $\mu_n = 0,39$, $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

4.16. Оценить долю электронов в меди, которые при её нагревании до $100 \text{ }^\circ\text{C}$ выйдут за пределы уровня Ферми, $E_F = 7 \text{ эВ}$.

4.17. Определить время жизни τ электронно-дырочных пар, если в момент времени $t_1 = 10^{-5}$ с после выключения внешнего источника неравновесная концентрация носителей оказалась в 100 раз больше, чем в момент времени $t_2 = 10^{-3}$ с.

4.18. Концентрация доноров в полупроводнике равна 10^{22} м^{-3} . При некоторой температуре уровень Ферми совпадает с уровнем примеси. Какова концентрация электронов проводимости в полупроводнике при этой температуре?

4.19. Найти время жизни неравновесных носителей заряда τ в полупроводнике, если их стационарная концентрация при воздействии источника возбуждения составляет 10^{20} м^{-3} , а начальная скорость уменьшения этой концентрации при отключении источника возбуждения равна $7,1 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$. Определить избыточную концентрацию через $t = 2$ мс после отключения источника возбуждения.

4.20. В некоторой точке однородного электронного полупроводника световым зондом генерируются пары носителей. Определить диффузионную длину электронов, если концентрация неравновесных носителей на расстоянии $x_1 = 4$ мм от зонда равна $n_1 = 10^{22} \text{ м}^{-3}$, а на расстоянии $x_2 = 6,3$ мм — $n_2 = 10^{20} \text{ м}^{-3}$.

4.21. На одной стороне образца германия n – типа имеется инжектирующий контакт. При некотором напряжении смещения концентрация дырок у контакта увеличивается до 10^{20} м^{-3} . Удельное сопротивление образца $\rho = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, время жизни носителей $\tau = 10^{-4}$ с, подвижности электронов и дырок $\mu_n = 0,36 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ и $\mu_p = 0,17 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ и концентрация собственных носителей $1,3 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Вычислить: а) отношение концентрации основных и неосновных носителей тока;

б) диффузионную длину для дырок; в) плотность дырочного тока.

4.22. Определить минимальную длину волны де Бройля для свободных электронов при $T \approx 0$ К в золоте, имеющем решётку ГЦК ($a = 4,08 \text{ \AA}$), если на каждый атом кристалла приходится один свободный электрон.

4.23. Кристалл цезия имеет энергию Ферми, равную 1,5 эВ. Найти отношение дебройлевской длины волны ферми-электронов в кристалле к среднему расстоянию между свободными электронами.

4.24. Определить отношение концентраций свободных электронов при $T = 0$ К в литии и цезии, если известно, что уровни Ферми в этих металлах равны $E_{F_1} = 4,72$ эВ; $E_{F_2} = 1,53$ эВ.

4.25. Определить число электронов, которое приходится на один атом натрия при $T = 0$ К. Уровень Ферми для натрия $E_F = 3,12$ эВ. Плотность натрия $\rho = 970 \text{ кг/м}^3$, молярная масса $M = 22,909 \text{ г/моль}$.

4.26. Во сколько раз число свободных электронов, приходящихся на один атом металла при $T = 0$ К, больше в алюминии, чем в меди, если уровни Ферми соответственно равны $E_{F_1} = 11,7$ эВ; $E_{F_2} = 7,0$ эВ?

4.27. Металл находится при $T = 0$ К. Определить, во сколько раз число электронов с кинетической энергией от $\frac{E_F}{2}$ до E_F больше числа электронов с энергией от 0 до $\frac{E_F}{2}$?

4.28. Образец кремния n – типа при $T = 300$ К имеет удельное сопротивление $5 \text{ Ом}\cdot\text{см}$, подвижность электронов $0,16 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$; дырок — $0,06 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$; концентрация собственных носителей $1,4 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$. Эффективное число состояний в зоне проводимости 10^{19} м^{-3} . Определить: а) концентрацию электронов и дырок; б) положение уровня Ферми; в) вероятность того, что донорный уровень заполнен, если $E_c - E_d = 50 \text{ мэВ}$.

4.29. Определить относительное число свободных электронов $\left(\frac{\Delta N}{N}\right)$ в металле при $T = 0$ К, кинетическая энергия которых отличается от энергии Ферми не более чем на 2 %.

4.30. Концентрация электронов в собственном полупроводнике при $T = 400$ К равна $1,38 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$. Найти произведение эффективных

масс электрона и дырки, если известно, что ширина запрещённой зоны определяется как $E_g = 0,785 - 4 \cdot 10^{-4} \cdot T$ эВ.

4.3. Теоретические вопросы к теме 4

4.1. Описать механизмы образования носителей заряда в полупроводниках (примесных и собственных) и металлах. Показать их на энергетических диаграммах.

4.2. Получить формулу для определения плотности электронных состояний $N(E)$.

4.3. Как зависит плотность электронных состояний в разрешённых зонах от энергии электрона? Привести графики зависимости $N(E)$ для полупроводника и металла.

4.4. Зависит ли средняя энергия свободных электронов в металле от числа атомов в кристалле? Если да, то как?

4.5. Привести формулы для определения концентрации носителей заряда в полупроводниках, когда известно положение уровня Ферми. Объяснить физический смысл входящих в них величин.

4.6. Получить выражения для вычисления собственной концентрации носителей заряда (n_i) в полупроводнике и определения его уровня Ферми E_F .

4.7. Привести формулы для вычисления концентрации носителей n и p в примесных полупроводниках с энергией активации примесей E_d и E_a соответственно. Объяснить физический смысл входящих в них величин.

4.8. Привести зависимость $E_F(T)$ в донорном полупроводнике. Объяснить её.

4.9. Привести зависимость $E_F(T)$ в акцепторном полупроводнике. Дать соответствующие объяснения.

4.10. Описать механизмы образования носителей заряда в компенсированных полупроводниках. Показать их на энергетических диаграммах.

4.11. Где расположен E_F в полностью компенсированном полупроводнике? Привести энергетическую диаграмму.

4.12. Дать определение и описать основные свойства вырожденных полупроводников.

4.13. Где расположен E_F в вырожденном полупроводнике? Привести рисунок.

4.14. Как зависит от температуры концентрация носителей в легированном полупроводнике? Привести зависимость $\ln(n(T))$. Дать объяснения.

4.15. Привести зависимость концентрации носителей заряда в проводниках от температуры. Дать ей объяснения.

- 4.16. Как и почему изменяется местоположение уровня Ферми в проводнике при увеличении температуры?
- 4.17. Как изменяется энергия носителей заряда в полупроводниках и металлах с увеличением температуры?
- 4.18. Какой физический смысл имеют коэффициенты N_C и N_V в формулах (4.11) и (4.13)?
- 4.19. Дать определения процессам генерации и рекомбинации. Какие факторы определяют скорости генерации и рекомбинации носителей заряда?
- 4.20. Описать основные механизмы рекомбинации.
- 4.21. Почему в обычных полупроводниках межзонная рекомбинация, как излучательная, так и безызлучательная, маловероятны?
- 4.22. Описать процессы фотонной и фононной рекомбинаций. При каких условиях фотонная рекомбинация в полупроводниках преобладает?
- 4.23. Описать механизмы рекомбинации через локальные уровни ловушек (теория Холла, Шокли, Рида).
- 4.24. Как влияет положение энергетического уровня примесного атома в запрещённой зоне полупроводника на вероятность генерации и рекомбинации носителей заряда в нём?
- 4.25. В чём различие между равновесными и неравновесными носителями заряда в полупроводнике? Дать определение процессам инжекции и экстракции.
- 4.26. Время жизни каких носителей заряда (основных или неосновных) определяет концентрацию неравновесных носителей? Объяснить.
- 4.27. Получить формулу, описывающую уменьшение концентрации неравновесных носителей с течением времени $\Delta n(t)$ после прекращения внешнего воздействия.
- 4.28. Описать процессы токопереноса при наличии в объёме полупроводника градиента концентрации. Что описывают законы Фика?
- 4.29. Какой физический смысл имеют следующие характеристики: время жизни неравновесных носителей заряда τ ; диффузионная длина электронов L_n ; коэффициент диффузии электронов D_n ?
- 4.30. До каких пор будет происходить увеличение избыточной концентрации носителей заряда в полупроводнике по действием периодических прямоугольных импульсов света? Какие параметры световых импульсов и как будут влиять на величину Δn ?

Тема 5. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЁРДЫХ ТЕЛ

5.1. Краткие теоретические сведения

В отсутствие внешнего электрического поля \vec{E} , электронный газ находится в тепловом равновесии с решёткой, которое описывается равновесными функциями распределения Максвелла-Больцмана для полупроводников и Ферми-Дирака для металлов. В равновесном состоянии носители заряда совершают хаотическое движение, подобное движению молекул газа. Равновесное состояние обеспечивается *рассеиванием* носителей на *дефектах структуры, тепловых колебаниях решётки* (на фононах) и *на ионах примеси*.

В металлах носителями заряда являются электроны, энергетические уровни которых находятся вблизи уровня Ферми E_F . Так как величина $E_F \approx 5$ эВ, а энергия тепловых колебаний решётки $E \sim 3/2kT$ и при $T = 300$ К составляет около 0,025 эВ, т. е. значительно меньше E_F , то скорость хаотического движения электронов, даже при $T = 0$ К будет очень высока $v = v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m^*}} \sim 10^6$ м/с и от температуры T практически зависеть не будет.

В полупроводниках кинетическая энергия электронов может изменяться, только если они находятся в зоне проводимости, куда они попадают из валентной зоны за счёт энергии тепловых колебаний решётки $E \sim 3/2kT$, соответственно скорость их теплового хаотического движения $v_T = \sqrt{\frac{2E}{m}} \sim \sqrt{T}$ и по величине она будет значительно меньше, чем v_F ($v_T \approx 10^5$ м/с).

При приложении поля \vec{E} на хаотическое движение носителей заряда накладывается *дрейф* в электрическом поле, то есть под действием электрического поля электроны приобретают ускорение \vec{a} и некоторую направленную против поля добавку к скорости $\Delta v_{др}$:

$$\vec{a} = -\frac{\vec{F}}{m_n^*} = -\frac{q \cdot \vec{E}}{m_n^*}, \quad (5.1)$$

$$\Delta v_{др} = a \cdot \tau_n, \quad (5.2)$$

где τ_n — время, в течение которого действует ускорение (время свободного пробега).

Если бы время τ_n ничем не ограничивалось, то дрейфовая скорость $\Delta v_{др}$ непрерывно возрастала бы. Однако из-за процессов рассеяния элек-

трон под действием поля движется ускоренно лишь на небольшом отрезке пути между двумя последовательными актами рассеяния, называемом *длиной свободного пробега* ℓ_n . Затем он испытывает соударение, теряет свою направленную скорость $\Delta v_{др}$, и процесс повторяется сначала.

Время свободного пробега τ_n можно определить как

$$\tau_n = \frac{\ell_n}{v}, \quad (5.3)$$

где v — полная скорость электрона (для полупроводников $v = v_T + v_{др}$, а для металлов — $v = v_F + v_{др}$).

Так как ℓ_n обычно очень мала ($\ell_n < 10^{-5}$ см), то направленная добавка $\Delta v_{др}$ к скорости хаотического движения электрона при не очень сильных полях мала по сравнению с скоростью хаотического движения электрона в отсутствие поля, поэтому в (5.3) можно считать $v \approx v_T$ для полупроводников и $v \approx v_F$ для металлов. Поскольку $v_F \gg v_T$, то соответственно время свободного пробега электронов τ_n в полупроводниках обычно больше, чем в металлах.

Средняя скорость дрейфа электронов в полупроводнике из (5.1) – (5.3):

$$v_{др} = \frac{\Delta v_{др}}{2} = \frac{q}{2 \cdot m_n^*} \cdot \frac{E}{v}. \quad (5.4)$$

Обозначим

$$\mu_n = \frac{q \cdot \tau_n}{m_n^*} = \frac{q}{2 \cdot m_n^*} \cdot \frac{\ell_n}{v_T}, \quad (5.5)$$

тогда

$$\vec{v}_{др} = \mu_n \cdot \vec{\varepsilon}. \quad (5.6)$$

Коэффициент пропорциональности μ_n ($\text{м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$) между дрейфовой скоростью $v_{др}$ и напряжённостью поля \vec{E} называется *подвижностью* электронов.

Физический смысл подвижности μ можно определить как скорость дрейфа носителя заряда в поле с единичной напряжённостью \vec{e} . Она учитывает влияние процессов рассеяния на движение носителей заряда в кристалле: чем сильнее рассеяние, тем меньше подвижность носителей.

Более строгий расчёт с учётом непостоянства времен свободного пробега различных электронов τ_n даёт значение μ_n в два раза выше, чем в формуле (5.5):

$$\mu_n = \frac{q \cdot \ell_n}{m_n^* \cdot v}. \quad (5.7)$$

Поскольку для металлов $v \approx v_F$, а для полупроводников $v \approx v_T$, то из (5.7) следует, что подвижность электронов в металле обычно существенно ниже. Кроме того, так как подвижность μ обратно пропорциональна m^* , а в большинстве случаев в полупроводниках $m_n^* < m_p^*$, то соответственно $\mu_n > \mu_p$.

Каждый заряд, движущийся в поле \vec{E} с дрейфовой скоростью $\vec{v}_{др}$, создает *электрический ток*, равный $q \cdot v_{др}$. Следовательно, плотность тока в кристалле, содержащем n электронов в единице объёма, можно определить, как

$$\vec{j} = q \cdot n \cdot \vec{v}_{др}. \quad (5.8)$$

По *закону Ома* плотность тока \vec{j} и напряжённость поля \vec{E} связаны соотношением

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho} = \sigma \cdot \vec{E}, \quad (5.9)$$

где ρ — удельное сопротивление,

$\sigma = 1/\rho$ — удельная электропроводность кристалла.

Тогда из (5.8) и (5.9) с учётом (5.5) можно получить

$$\sigma = q \cdot n \cdot \mu = \frac{n \cdot q^2 \cdot \ell_n}{m_n^* \cdot v}. \quad (5.10)$$

Таким образом, выражение для *электронной проводимости* в полупроводниках имеет вид

$$\sigma_n = \frac{n \cdot q^2 \cdot \ell_n}{m_n^* \cdot v_T}, \quad (5.11)$$

где ℓ_n — длина свободного пробега электрона.

В случае *дырочной проводимости*, обозначим концентрацию дырок в кристалле через p , тогда *удельная электропроводность* полупроводника:

$$\sigma_p = \frac{p \cdot q^2 \cdot \ell_p}{m_p^* \cdot v_T}. \quad (5.12)$$

Если в электропроводности участвуют как *электроны*, так и *дырки*, то

$$\vec{j} = q \cdot (n \cdot \vec{v}_{др_n} + p \cdot \vec{v}_{др_p}), \quad (5.13)$$

а *проводимость*

$$\sigma = q(n \cdot \mu_n + p \cdot \mu_p). \quad (5.14)$$

Для *собственного полупроводника* $n = p = n_i$, поэтому

$$\sigma = q \cdot n_i \cdot (\mu_n + \mu_p). \quad (5.15)$$

Если необходимо учитывать участие в проводимости полупроводников n - и p – типов неосновных носителей, то для определения концентраций следует использовать закон действия масс

$$n \cdot p = n_i^2. \quad (5.16)$$

В металлах в процессе переноса участвуют только электроны, расположенные вблизи уровня Ферми, поэтому они имеют одинаковые v_F и ℓ_F . Соответственно для этого случая

$$\mu_n = \frac{q \cdot \tau_F}{m_n^*}, \quad (5.17)$$

$$\sigma = \frac{n \cdot q^2}{m_n^*} \cdot \tau_F = \frac{n \cdot q^2}{m_n^*} \cdot \frac{\ell_F}{v_F}. \quad (5.18)$$

Электропроводность кристалла σ определяется произведением подвижности носителей заряда в нём и их концентрации

$$\sigma = q \cdot n \cdot \mu. \quad (5.19)$$

Величину подвижности μ носителей заряда в полупроводниках ограничивают два основных механизма рассеяния: рассеяние *на тепловых колебаниях* атомов, и рассеяние *на ионах примеси* из-за взаимодействия движущегося заряда с полем заряженного иона.

В области низких T рассеяние главным образом обусловлено ионами примесей, влияние которых на движение электронов тем больше, чем большую часть времени эти заряды находятся в отклоняющем поле ионов. С ростом T тепловая скорость движения электрона увеличивается, что ведёт к росту длины свободного пробега ℓ_n и, следовательно, подвижностью μ . Подвижность растёт до тех пор, пока не станет существенной роль тепловых колебаний атомов решётки (рис. 5.1 а).

В случае достаточно чистого металла основным механизмом рассеяния является рассеяние на тепловых колебаниях атомов решётки — на фононах и зависимость $\mu(T)$ имеет вид, представленный на рис. 5.1 б.

На температурной зависимости концентрации носителей заряда в примесном полупроводнике можно выделить три области (рис. 5.2):

1. $T < T_s$ (область низких температур) — происходит уве-

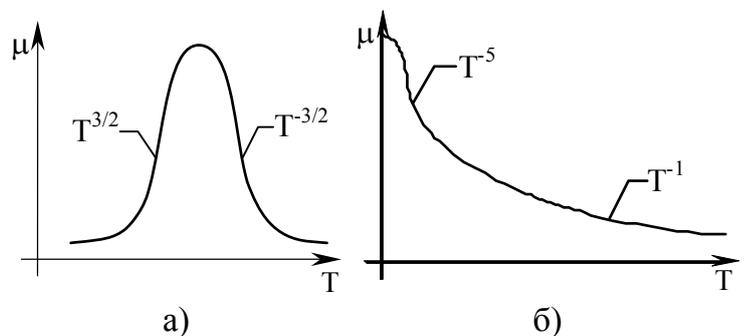


Рисунок 5.1. Температурная зависимость подвижности носителей заряда: а) в полупроводниках; б) в металлах

личение концентрации носителей заряда за счёт *ионизации примесей* в соответствии с выражением

$$n = (N_c \cdot N_d)^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{E_d}{2kT}\right), \quad (5.20)$$

где $N_c = 2 \cdot \left(\frac{2\pi kT m_n^*}{h}\right)^{\frac{3}{2}}$ — эффективная

плотность состояний в зоне проводимости,

N_d — концентрация атомов примеси,

E_d — энергия активации примеси,

k — постоянная Больцмана,

m_n^* — эффективная масса электрона;

2. $T_s < T < T_i$ — *все примесные атомы ионизированы*, $n = N_d = \text{const}$;

3. $T > T_i$ (область высоких температур) — происходит *переход к собственной проводимости*. При изменении температуры концентрация носителей возрастает по закону

$$n = n_i = (N_c \cdot N_v)^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right), \quad (5.21)$$

где $N_v = 2 \cdot \left(\frac{2\pi kT m_p^*}{h}\right)^{\frac{3}{2}}$ — эффективная плотность состояний в валентной зоне.

В областях низкой и высокой температуры изменение концентрации носителей происходит по экспоненциальному закону, а подвижности — по закону $T^{\pm 3/2}$, то есть концентрация зависит от температуры значительно сильнее, чем подвижность. Поэтому электропроводность будет практически так же зависеть от температуры, как и концентрация. Подставляя (5.20) и (5.21) в (5.19), удельные проводимости легированного и собственного полупроводников можно выразить в виде

$$\sigma_n = \sigma_{n_0} \cdot \exp\left(-\frac{E_d}{2 \cdot k \cdot T}\right), \quad (5.22)$$

$$\sigma_i = \sigma_0 \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2 \cdot k \cdot T}\right), \quad (5.23)$$

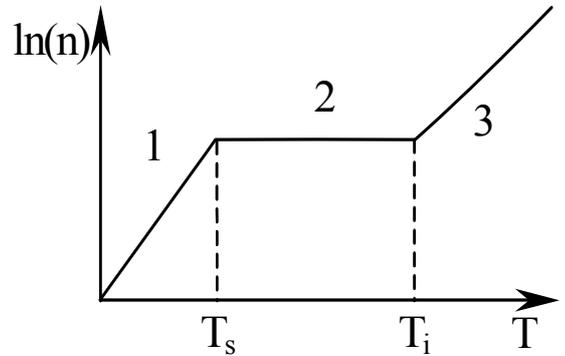


Рисунок 5.2. Концентрационная зависимость носителей заряда в легированном полупроводнике от температуры

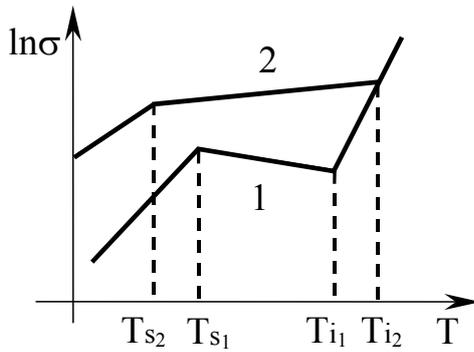


Рисунок 5.3. Температурная зависимость проводимости легированного полупроводника

и σ возрастает (участок 2).

В металлах концентрация носителей заряда n от температуры практически не зависит, поэтому температурная зависимость проводимости σ , а следовательно, и удельного сопротивления $\rho = 1/\sigma$, определяется зависимостью $\mu(T)$. Общая зависимость представлена на рис. 5.4.

При $T \approx 0$ К электропроводность образца $\sigma = \text{const}$ и $\rho = \text{const} = \rho_{\text{остат}}$, которое представляет собой остаточное сопротивление, обусловленное наличием структурных дефектов, при несколько более высоких температурах $\sigma \sim T^{-5}$, а $\rho \sim T^5$. В дальнейшем, удельное сопротивление металлов ρ растет пропорционально T . Соответственно, изменение удельного сопротивления может быть выражено соотношением

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot [1 + \alpha_{\rho_1} (T_2 - T_1)], \quad (5.24)$$

где ρ_1 и ρ_2 — удельные сопротивления металлов при T_1 и T_2 , причём $T_2 > T_1$,

α_{ρ_1} — температурный коэффициент удельного сопротивления, отнесенный к началу диапазона температур:

$$\alpha_{\rho} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 (T_2 - T_1)}. \quad (5.25)$$

Соотношение, аналогичное (5.24), для сопротивления металлического проводника будет иметь вид

где σ_{n_0} и σ_0 — коэффициенты, вобравшие в себя все предэкспоненциальные, слабо зависящие от температуры, множители.

В области 2 вся примесь уже ионизирована, и зависимость $\sigma(T)$ определяется зависимостью $\mu(T)$. Если основным механизмом рассеяния носителей в области 2 является рассеивание на тепловых колебаниях, то $\mu \sim T^{-3/2}$ и σ на этом участке будет падать (участок 1, рис. 5.3.), а если преобладает рассеяние на ионах примеси, то $\mu \sim T^{3/2}$

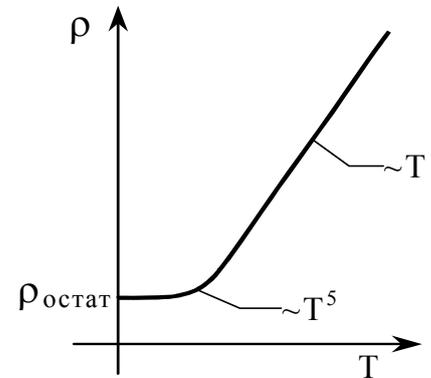


Рисунок 5.4. Зависимость удельного сопротивления металла ρ от температуры T

$$R_2 = R_1 \cdot [1 + \alpha_R (T_2 - T_1)]. \quad (5.26)$$

Закон Ома $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$ выполняется в полупроводниках только для электрических полей сравнительно слабых по величине. Так как $\sigma = q \cdot n \cdot \mu$, то j будет прямо пропорционально \vec{E} до тех пор, пока n и μ не зависят от \vec{E} . Поскольку $\vec{v}_{др} = \mu_n \cdot \vec{E}$ и $\mu_n = \frac{q \cdot \ell_n}{m_n^* \cdot v}$, где v — полная скорость электрона $v = v_T + v_{др}$, то подвижность μ будет зависеть от величины напряжённости поля \vec{E} с того момента, когда скорость v перестанет быть постоянной, т. е. когда добавкой $v_{др}$, приобретаемой во внешнем поле, нельзя пренебречь по сравнению с тепловой скоростью v_T . Таким образом, *критерием слабого поля* является условие:

$$v_{др} \ll v_T. \quad (5.27)$$

Так как энергия электрона, накапливаемая в электрическом поле \vec{E} равна:

$$E_{др} = \frac{m_n^* \cdot v_{др}^2}{2} = q \cdot E \cdot \ell, \quad (5.28)$$

где ℓ — длина свободного пробега, а энергия теплового движения электронов

$$E_T = \frac{m_n^* \cdot v_T^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T, \quad (5.29)$$

то из (5.27) *критерий слабого поля* запишется в виде:

$$q \cdot E \cdot \ell \ll \frac{3}{2} \cdot k \cdot T. \quad (5.30)$$

Критическое поле $\vec{E}_{кр}$, при котором начинают проявляться *эффекты сильного поля*, будет определяться равенством этих двух составляющих энергии электрона, то есть когда:

$$v_{др} \approx v_T, \quad (5.31)$$

откуда, сравнивая формулы (5.28) и (5.29), для величины *критического поля* получаем:

$$E_{кр} = \frac{3}{2} \frac{kT}{q \cdot \ell}. \quad (5.32)$$

5.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 5

Пример 1

Градиент потенциала \vec{E} в образце кремния собственной проводимости составляет 400 В/м. Подвижности электронов и дырок соответственно равны:

$\mu_n = 0,12 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$; $\mu_p = 0,025 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Определить для этого образца:

- а) скорости дрейфа электронов и дырок;
- б) удельное сопротивление кремния собственной проводимости, полагая, что концентрация собственных носителей заряда $2,5 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$.
- в) полный дрейфовый ток, если площадь поперечного сечения образца равна $3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$

Решение.

1. Скорость дрейфа электронов и дырок вычисляем по формулам:

$$v_{\text{др}_n} = \mu_n \cdot E = 0,12 \cdot 400 = 48 \text{ м/с},$$

$$v_{\text{др}_p} = \mu_p \cdot E = 0,025 \cdot 400 = 10 \text{ м/с}.$$

2. Удельное сопротивление кремния собственной проводимости

$$\rho_i = \frac{1}{\sigma_i} = \frac{1}{n_i \cdot q \cdot (\mu_n + \mu_p)} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{18} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (0,12 + 0,125)} = 1,73 \cdot 10^3 \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

3. Полный дрейфовый ток

$$I = n_i \cdot q (v_{\text{др}_n} + v_{\text{др}_p}) \cdot S = 2,5 \cdot 10^{16} \cdot 1,6 \cdot 10^{-29} (48 + 10) \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 0,696 \text{ мкА}.$$

Пример 2

Вычислить длину свободного пробега электронов в меди при $T = 300 \text{ К}$, если её удельное сопротивление при этой температуре равно $0,017 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

Решение.

Удельное сопротивление образца связано с его удельной проводимостью соотношением: $\rho = 1/\sigma$.

Для металла

$$\sigma = \frac{n \cdot q^2}{m_n^*} \cdot \frac{\ell_F}{v_F}.$$

Поскольку v_F можно определить как $v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m_n^*}}$, то $\sigma = \frac{n \cdot q^2 \cdot \ell_F}{\sqrt{2 \cdot m_n^* \cdot E_F}}$.

Энергия Ферми выражается через концентрацию в соответствии с выражением

$$n = \frac{8}{3} \pi \frac{(2m_n^* E_F)^{3/2}}{h^3}.$$

Тогда для удельного сопротивления имеем

$$\rho = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/3} \cdot \frac{h \cdot n^{1/3}}{q^2 \cdot n \cdot \ell} = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/3} \cdot \frac{h}{q^2 \cdot n^{2/3} \cdot \ell}.$$

Концентрация свободных электронов в меди:

$$n = d \cdot \frac{N_0}{A},$$

где d — плотность меди;

N_0 — число Авогадро;

A — атомная масса меди.

Подставив численные значения, получаем:

$$n = \frac{8920 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{63,54 \cdot 10^{-3}} = 8,45 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Следовательно, длина свободного пробега электронов Ферми в меди

$$\ell_F = \left(\frac{3}{8 \cdot 3,14}\right)^{1/3} \cdot \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot (8,45 \cdot 10^{28})^{2/3} \cdot 0,017 \cdot 10^{-6}} = 3,89 \cdot 10^{-8} \text{ м}.$$

5.1. Определить проводимость кремния при 300 К, легированного элементом 3 группы, причём на каждые 10 атомов кремния приходится один примесный атом. Концентрация атомов в решётке кремния $4,5 \cdot 10^{28}$ атомов/м³. Подвижности электронов и дырок соответственно равны: $\mu_n = 0,4 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ и $\mu_p = 0,2 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Собственная концентрация носителей $2,5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

5.2. Образец легированного кремния p – типа имеет размеры: длина – 6 мм, ширина – 3 мм, толщина – 1 мм. Электрическое сопротивление образца 100 Ом. Подвижности электронов и дырок $0,12 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, и $0,025 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, а концентрация собственных носителей $2,25 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Определить концентрацию примеси в образце и отношение электронной проводимости к дырочной.

5.3. Определить тепловую и дрейфовую скорости движения электронов при 300 К в германии n – типа с концентрацией доноров $N_d = 10^{22} \text{ м}^{-3}$, если плотность тока через образец $j = 10^4 \text{ А/м}^2$, а эффективная масса электронов проводимости $m_n^* = 0,12m_0$.

5.4. Вычислить отношение полного тока через полупроводник к току, обусловленному дырочной составляющей: а) в собственном германии; б) в германии p – типа с удельным сопротивлением $0,05 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Принять концентрации собственных носителей заряда при комнатной температуре $n_i = 2,1 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$, подвижности электронов $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, дырок $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

5.5. Удельное сопротивление собственного германия при комнатной температуре $\rho = 0,47 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, подвижность электронов и дырок соответственно $0,39 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ и $0,19 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$. Найти концентрацию собственных носителей заряда. Какую нужно ввести концентрацию доноров, чтобы удельное сопротивление полупроводника снизилось до $0,02 \text{ Ом}\cdot\text{м}$?

5.6. Вычислить удельное сопротивление германия p – типа с концентрацией дырок $4\cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Найти отношение электронной проводимости к дырочной. Концентрация собственных носителей заряда $2,1\cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Подвижности $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$; $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$.

5.7. При температуре около 300 К электропроводность образца собственного кремния равна $4,3\cdot 10^{-4} \text{ Ом}/\text{м}$. Какова концентрация собственных носителей заряда? Подвижности электронов и дырок при этой температуре $0,135 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ и $0,048 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ соответственно. Тот же образец легирован донорными примесями до концентрации доноров 10^{21} м^{-3} . Определить концентрацию дырок в легированном образце, а также рассчитать, какая часть тока в этих условиях переносится электронами?

5.8. Вычислить отношение полного тока через полупроводник к току, обусловленному дырочной составляющей:

а) в собственном германии;

б) в германии p – типа с удельным сопротивлением $0,05 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Принять собственную концентрацию носителей заряда при комнатной температуре $n_i = 2,1\cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$, подвижности электронов и дырок $0,39 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ и $0,19 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ соответственно.

5.9. Определить ширину запрещённой зоны полупроводника, если при $T_1 = 300 \text{ К}$ его удельное сопротивление $\rho_1 = 0,10 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, а при $T_2 = 500 \text{ К}$ — $\rho_2 = 0,06 \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

5.10. Теоретическое значение удельного сопротивления чистого кремния при температуре 300 К равно $2\cdot 10^3 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, концентрация электронов проводимости составляет $1,5\cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$. Чему равно при этой температуре удельное сопротивление кремния n – типа с концентрацией доноров $10^{22} \text{ атомов}/\text{м}^3$. Подвижность электронов в три раза больше подвижности дырок.

5.11. Удельное сопротивление собственного кремния при $T = 300 \text{ К}$ равно $2000 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ концентрация собственных носителей заряда $n_i = 1,5\cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$. Чему равно при этой температуре удельное сопротивление кремния n – типа с концентрацией электронов $n = 10^{23} \text{ м}^{-3}$? Принять подвижность электронов в 3 раза большей подвижности дырок и что это соотношение сохраняется как для собственного, так и для примесного полупроводника с заданной степенью легирования.

5.12. Определить, во сколько раз дрейфовая скорость электронов в германии n – типа $N_D = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ отличается от дрейфовой скорости электронов в меди при пропускании через них электрического тока одинаковой плотности $j = 100 \text{ А/м}^2$. Объяснить причину различия скоростей. Плотность меди $\rho = 8,96 \cdot 10^3 \text{ г/м}^3$.

5.13. Концентрация акцепторов в полупроводнике $N_A = 10^{23} \text{ м}^{-3}$ энергия их активации $E_a = 0,05 \text{ эВ}$. Определить удельную электропроводность материала при $T = 77 \text{ К}$ и $T = 300 \text{ К}$, если $\mu_p = 0,01 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ не зависит от температуры.

5.14. При $T = 300 \text{ К}$ концентрация дырок в германии p – типа равна $2,1 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$, а концентрация электронов в 100 раз меньше. Подвижности электронов и дырок соответственно: $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$; $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Определить удельное сопротивление собственного германия.

5.15. Удельное сопротивление собственного германия при комнатной температуре $\rho = 4,7 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, подвижность электронов $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, дырок — $0,19 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Найти концентрацию собственных носителей заряда. Какую нужно ввести концентрацию доноров, чтобы удельное сопротивление снизилось до $2,0 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

5.16. Определить ток через образец кремния прямоугольной формы размерами $l \times b \times h = 5 \times 2 \times 1 \text{ мм}^3$, если вдоль образца приложено напряжение 10 В . Известно, что концентрация электронов в полупроводнике $n = 10^{21} \text{ м}^{-3}$, их подвижность $\mu_n = 0,14 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

5.17. В собственном полупроводнике концентрация собственных носителей при температуре $T_1 = 463 \text{ К}$ равна $n_i = 10^{20} \text{ м}^{-3}$, а при $T_2 = 781 \text{ К}$ — $n_i = 10^{23} \text{ м}^{-3}$. Рассчитать ширину запрещённой зоны при $T = 300 \text{ К}$, если коэффициент $b = -2,84 \cdot 10^{-4} \text{ эВ/К}$.

5.18. Определить энергию ионизации доноров в кремнии n – типа, если концентрация электронов $n_1 = 10^{20} \text{ м}^{-3}$ при температуре $T_1 = 50 \text{ К}$ и $n_2 = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ при $T_2 = 28 \text{ К}$.

5.19. Через кристалл кремния n – типа с удельным сопротивлением $0,1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ пропускают электрический ток плотностью 200 мА/см^2 . За какое время электроны проходят расстояние 10 мкм , если подвижность их $0,14 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$? Как и почему изменится время дрейфа, если электрический ток той же плотности пропускать через кристалл кремния n – типа с более высоким удельным сопротивлением?

5.20. Удельное сопротивление антимонида индия с концентрацией ды-

рок $\rho = 10^{25} \text{ м}^{-3}$ при $T = 300 \text{ К}$ составляет $3,5 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Определить подвижность электронов и дырок, если их отношение $\mu_n/\mu_p = 40$, а собственная концентрация носителей заряда при этой температуре $n_i = 2 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

5.21. Образец германия n – типа с $\mu_n = 0,36 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ при $T = 300 \text{ К}$ поочередно помещают в электрические поля, напряжённость которых равна: 1) $E_1 = 10^2 \text{ В/м}$; 2) $E_2 = 10^4 \text{ В/м}$; 3) $E_3 = 10^6 \text{ В/м}$. При каком значении напряжённости поля не выполняется закон Ома?

5.22. Во сколько раз средняя кинетическая энергия, получаемая электроном в германии ($\mu_n = 0,36 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$) при напряжённости электрического поля $E = 1000 \text{ В/м}$, меньше средней кинетической энергии его теплового движения?

5.23. Определить, во сколько раз изменится удельная проводимость CdS при нагревании от $T = 273 \text{ К}$ до $T = 300 \text{ К}$; $E_g = 2,4 \text{ эВ}$.

5.24. Образец кремния, легированного акцепторными примесями, имеет размеры $l = 5 \text{ мм}$, $b = 2 \text{ мм}$, $d = 1 \text{ мм}$. Сопротивление образца 100 Ом при 300 К . Подвижности электронов и дырок равны $0,12$ и $0,025 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, а концентрация собственных носителей $2,2 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}$. Определить концентрацию основных носителей и отношение электронной и дырочной проводимости.

5.25. Определить время, в течение которого электрон пройдет по медному проводу расстояние 1 км , если удельное сопротивление меди $0,017 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$, а разность потенциалов на концах проводника $U = 220 \text{ В}$. За какое время электрон пройдет это же расстояние, двигаясь без соударений, при той же разности потенциалов? Каково время передачи сигнала?

5.26. К медной проволоке длиной 6 м и диаметром $0,56 \text{ мм}$ приложено напряжение $0,1 \text{ В}$. Сколько электронов пройдет через поперечное сечение проводника за 10 с , если удельное сопротивление меди $0,017 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

5.27. Удельное сопротивление серебра при комнатной температуре равно $0,015 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$, а температурный коэффициент удельного сопротивления составляет $4,1 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Определить, как и во сколько раз изменится длина свободного пробега электронов при нагревании проводника от 300 до 1000 К .

5.28. В медном проводнике под действием электрического поля с напряжённостью $E = 100 \text{ В/м}$ проходит электрический ток плотностью 1 А/дм^2 . Определить скорость дрейфа и отношение её к средней суммарной скорости движения электронов при температуре 300 К .

5.29. Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при

20°C равно 35 Ом. Какова будет температура нити лампочки, если при включении в сеть с напряжением 220 В в рабочем режиме по нити течёт ток 0,6 А? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама при 20°C принять равным $5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Насколько удлинится нить лампочки при включении, если температурный коэффициент линейного расширения $\alpha_l = 4,4 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$?

5.30. По медной проволоке с площадью поперечного сечения $S = 0,01 \text{ см}^2$ проходит ток $I = 20 \text{ А}$. Оценить скорость дрейфа электронов и сравнить её со скоростью Ферми при $T = 0 \text{ К}$. Считать, что $m_n^* = m_0$. Плотность меди $\rho = 8,96 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

5.3. Теоретические вопросы к теме 5

5.1. В чём отличие вырожденного состояния электронного газа от невырожденного? Что является критерием вырожденности системы?

5.2. Сравнить по величине скорости хаотического движения носителей зарядов в металлах и полупроводниках? Объяснить различие.

5.3. Как зависит от температуры концентрация носителей заряда в легированных полупроводниках? Привести зависимости $\ln(n)$ от T и объяснить.

5.4. Чем определяется собственная концентрация носителей n_i в полупроводниках?

5.5. Оценить изменение концентрации носителей в металлах с ростом температуры.

5.6. Почему при расчётах электропроводности проводников учитывается полная концентрация носителей заряда, если реально в проводимости участвуют только ферми-электроны?

5.7. Дать определение физического смысла подвижности носителей заряда μ . Какие факторы определяют величину подвижности μ ? Почему обычно $\mu_n > \mu_p$.

5.8. Привести выражения, определяющие основные параметры электропереноса: v_d , μ , σ_n , σ_i , j , для случаев полупроводников и металлов.

5.9. Дать сравнительный анализ механизмов увеличения концентрации носителей заряда в полупроводниках в сильных полях.

5.10. Как зависит величина времени свободного пробега электронов τ_n от напряжённости внешнего поля \vec{E} и температуры T в случаях: а) полупроводника; б) металла?

5.11. Где больше подвижность носителей заряда — в металлах или полупроводниках? Почему?

5.12. В каких случаях электропроводность полупроводников увеличивается с ростом температуры, а в каких уменьшается?

5.13. Объяснить зависимость $\mu(T)$ для легированного полупроводника.

5.14. Описать устройство и принцип работы диода Ганна. Какие факторы определяют характеристики прибора?

5.15. Привести график и дать объяснения зависимости проводимости легированного полупроводника от температуры.

5.16. Дать анализ температурной зависимости удельного сопротивления металлов. Привести график зависимости.

5.17. Какие основные факторы обуславливают нарушение закона Ома в полупроводниках в сильных электрических полях?

5.18. Как будет меняться удельное сопротивление донорного полупроводника, если в него последовательно вводить всё большее количество акцепторов? Привести график зависимости $\rho(N_a)$.

5.19. Представить зависимость подвижности носителей заряда в металлах от температуры. Дать объяснения.

5.20. Как, используя температурную зависимость электропроводности полупроводника, определить величину его ширины запрещённой зоны?

5.21. Как можно экспериментально определить энергию активации примеси в полупроводнике?

5.22. Может ли высокое, близкое к собственному удельное сопротивление полупроводника однозначно свидетельствовать о высокой степени его чистоты?

5.23. Почему рассеяние на ионах примеси относительно слабо сказывается на подвижности носителей заряда при высоких температурах?

5.24. Записать критерий слабого поля и дать ему обоснование.

5.25. Каким образом влияет величина напряжённости электрического поля на подвижность носителей заряда в области сильных полей?

5.26. Назвать основные эффекты, наблюдаемые в полупроводниках в сильных электрических полях.

5.27. В чём заключается эффект Ганна? В каких полупроводниках, и при каких условиях он наблюдается? Объяснить физические процессы, лежащие в его основе.

5.28. Может ли удельное сопротивление полупроводников возрастать при нагревании?

5.29. Описать равновесное и неравновесное состояния электронного газа в полупроводнике и металле.

5.30. Как влияет увеличение температуры на энергию теплового движения носителей заряда в полупроводниках и металлах?

Тема 6. ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ТВЁРДЫХ ТЕЛАХ

6.1. Краткие теоретические сведения

Гальваномагнитными называются эффекты, возникающие в твёрдых телах при одновременном воздействии электрического и магнитного полей. К ним относятся, в частности, эффект Холла, эффект Эттингсгаузена и магниторезистивный эффект.

В постоянном электрическом поле напряжённостью \vec{E} на частицу действует сила $\vec{F}_E = q\vec{E}$, где q — заряд частицы. Направление силы \vec{F}_E определяется знаком заряда частицы: отрицательно заряженные движутся против поля \vec{E} , а положительно заряженные — по полю.

На электрический заряд, движущийся в магнитном поле со скоростью v , действует сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q \cdot [\vec{v} \times \vec{B}] = q \cdot |\vec{v}_{др}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin \varphi, \quad (6.1)$$

где \vec{B} — вектор магнитной индукции поля,

φ — угол между векторами $\vec{v}_{др}$ и \vec{B} .

Направление действия \vec{F}_L можно определить с помощью правила правой руки для положительных зарядов, или левой для отрицательных: если вектор \vec{B} выходит из ладони перпендикулярно, а четыре пальца руки сонаправлены с вектором $\vec{v}_{др}$, то отогнутый большой палец укажет направление силы Лоренца.

Эффект Холла состоит в том, что в проводнике (или полупроводнике) с током, помещенном в магнитное поле, возникает поперечное электрическое поле и разность потенциалов (ЭДС).

Пусть в образце полупроводника n -типа с размерами a , b , c (рис. 6.1) протекает электрический ток, а сам образец помещён в магнитное поле, перпендикулярное направлению тока. Сила Лоренца \vec{F}_L будет отклонять электроны к боковой грани образца, создавая на ней все возрастающий отрицательный заряд, в то время как у противоположной грани будет оставаться нескомпенсированный положительный заряд неподвижных ионов доноров. Образующееся при этом поперечное электрическое поле \vec{E}_x называется холловским.

Процесс накопления заряда будет

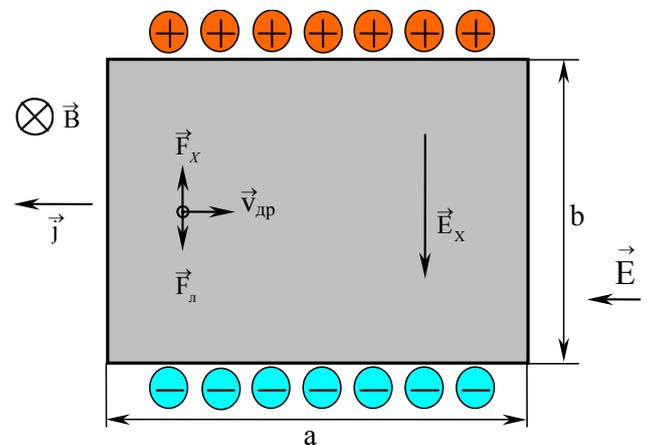


Рисунок 6.1. Механизм возникновения эффекта Холла в полупроводнике n -типа

продолжаться до тех пор, пока холловское поле не скомпенсирует (в среднем) действие на электрон магнитного поля. Стационарное состояние, при котором накопление зарядов на гранях прекратится, установится при равенстве поперечных токов, создаваемых действием сил Лоренца и холловского поля. Величину установившейся напряжённости можно оценить из условия равенства магнитной и электрической сил, действующих на электрон: $\vec{F}_L = \vec{E}_X$, т. е.

$$q \cdot [\vec{v}_{др} \times \vec{B}] = q \cdot \vec{E}_X, \quad (6.2)$$

откуда

$$\vec{E}_X = [\vec{v}_{др} \times \vec{B}]. \quad (6.3)$$

Таким образом, при заданной величине магнитного поля \vec{B} напряжённость поперечного поля \vec{E}_X в образце определяется величиной дрейфовой скорости электрона $v_{др}$, т. е. величиной подвижности электрона μ_n .

Учитывая, что разность потенциалов между гранями образца $U_X = d \cdot E_X$ и сила тока I , текущего через образец $I = jS = q \cdot n \cdot v_{др} \cdot bc$, где $S = b \cdot c$ — поперечное сечение образца, из (6.2) следует:

$$U_X = v_{др} \cdot B \cdot b = \frac{I}{q \cdot n \cdot b \cdot c} B \cdot b = \frac{1}{qn} \cdot \frac{I \cdot B}{c} = R_X \cdot \frac{I \cdot B}{c}, \quad (6.4)$$

где введено обозначение

$$R_X = \frac{1}{qn} \quad (6.5)$$

и c — размер образца в направлении магнитного поля.

Коэффициент пропорциональности R_X , связывающий поперечную разность потенциалов U_X с индукцией магнитного поля \vec{B} и силой тока \vec{I} , называется *коэффициентом Холла*:

$$R_X = \frac{U_X \cdot c}{I \cdot B}. \quad (6.6)$$

Зная R_X , можно определить *концентрацию свободных электронов* в исследуемом материале:

$$n = \frac{1}{q \cdot R_X}. \quad (6.7)$$

Так как по закону Ома

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E},$$

где σ — проводимость материала, то

$$\sigma = \frac{j}{E} = \frac{I \cdot a}{U \cdot b \cdot c}. \quad (6.8)$$

Поскольку $\sigma = qn v_{др}$ и $R_x = \frac{1}{q \cdot n}$, то *подвижность носителей заряда* μ можно определить как

$$\mu = R_x \sigma. \quad (6.9)$$

Таким образом, одновременное измерение электропроводности и эффекта Холла позволяет определить *знак носителей заряда* (по знаку R_x), их *концентрацию* n и *подвижность* μ .

Физические процессы образования ЭДС Холла в металлах аналогичны рассмотренному выше случаю легированных полупроводников. Следовательно, все полученные соотношения остаются справедливыми. Однако так как подвижность электронов в металлах обычно значительно меньше, чем в легированных полупроводниках, то эффект Холла в них проявляется намного слабее.

При выводе соотношений для U_x и R_x предполагалось, что все электроны проводимости под действием внешнего электрического поля \vec{E} приобретают одинаковую скорость направленного движения $v_{\text{ад}}$. Это справедливо только, если скорость хаотического теплового движения всех электронов одинакова, т. е. для всех электронов одинакова длина свободного пробега $l_{пр}$, что имеет место в металлах и вырожденных полупроводниках, где проводимость осуществляется ферми-электронами. В общем случае следует учитывать распределение носителей заряда по скоростям и влияние этого распределения на $l_{пр}$.

С учётом такого распределения более строгий расчёт приводит к уточненному выражению для R_x :

$$R_x = \frac{A}{q \cdot n}, \quad (6.10)$$

где A — постоянная (*Холл-фактор*), зависящая от механизма рассеяния носителей заряда.

Для ковалентных кристаллов при рассеянии на тепловых колебаниях решётки $A = \frac{3\pi}{8} = 1,17$ и $A = 1,93$, если основным механизмом рассеяния является рассеяние на ионах примесей. Для металлов и вырожденных полупроводников распределение по скоростям учитывать не надо, поэтому $A = 1$.

Если полупроводник имеет смешанную электропроводность, т. е. когда токопе-

реносе участвуют одновременно как электроны, так и дырки, а величины $(n \cdot \mu_n)$ и $(p \cdot \mu_p)$ сравнимы, выражение для коэффициента Холла имеет более сложный вид:

$$R_X = \frac{A}{q} \cdot \frac{\mu_p^2 \cdot p - \mu_n^2 \cdot n}{(\mu_p \cdot p + \mu_n \cdot n)^2}. \quad (6.11)$$

Поскольку в собственном полупроводнике $n_i = n = p$, то в этом случае коэффициент Холла принимает следующий вид

$$R_X = \frac{A}{q \cdot n_i} \cdot \frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_p + \mu_n}. \quad (6.12)$$

В большинстве случаев из-за большей подвижности электронов коэффициент Холла отрицателен.

Магниторезистивный эффект заключается в увеличении электрического сопротивления твёрдых проводников и полупроводников под действием внешнего магнитного поля. Основная причина — искривление траекторий многих свободных электронов в магнитном поле. Для оценки влияния магнитного поля на проводимость материалов вводится понятие коэффициента магнитосопротивления

$$\gamma = \frac{1}{R} \cdot \frac{R_M - R}{B} \left[\text{Тл}^{-1} \right], \quad (6.13)$$

где R_M и R — сопротивление образца в магнитном поле с индукцией B и в отсутствие магнитного поля соответственно.

Эффект Эттингсгаузена сопутствует эффекту Холла и заключается в возникновении градиента температуры вдоль холловского поля.

В стационарном состоянии при возникновении эффекта Холла в легированном полупроводнике $F_L = F_X$. Однако это равенство выполняется только для определённого значения скорости движения зарядов $v_{др.ср}$, определяемой из соотношения

$$q \cdot \vec{v}_{др.ср} \cdot \vec{B} = q \cdot \vec{E}_X. \quad (6.14)$$

Вследствие процессов рассеяния дрейфовые скорости различных электронов колеблются в широких пределах. Поскольку сила Лоренца пропорциональна скорости, а сила Холла от скорости не зависит, то для частиц, движущихся со скоростью большей, чем средняя, в стационарном состоянии сила Лоренца будет превышать силу Холла. Поэтому быстрые электроны будут отклоняться к одной из граней образца, передавая излишек своей энергии кристаллической решётке. Соответственно более медленные электроны будут под действием силы Холла отклоняться к другой грани, пополняя недостаток своей энергии за счёт тепло-

вых колебаний кристаллической решётки. Таким образом, одна грань будет нагреваться, а другая охлаждаться, и наряду с поперечной разностью потенциалов возникнет *поперечная разность температур* — эффект Эттингсгаузена.

6.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 6

6.1. Определить подвижность и концентрацию электронов в германии n-типа, удельное сопротивление которого $\rho = 1,8 \cdot 10^{-2}$ Ом·м, а коэффициент Холла $R_x = 2,1 \cdot 10^{-3}$ м³/Кл.

6.2. Медная пластинка имеет длину $a = 60$ мм, ширину $d = 20$ мм и толщину $b = 1$ мм. При пропускании вдоль неё тока $I = 10$ А падение напряжения составляет $U = 0,5$ В. Оценить концентрацию свободных электронов и их подвижность в меди, если при помещении её в магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, максимальная ЭДС Холла составляет $U_x = 55$ мВ.

6.3. Имеется образец германия с поперечным сечением $0,1 \times 0,2$ см² и концентрацией легирующих примесей $N_d = 6,9 \cdot 10^{15}$ см⁻³. Вдоль образца протекает ток $0,6$ А. Перпендикулярно направлению тока действует магнитное поле с индукцией $0,5$ Тл. Вычислите напряжение Холла между контактами к узким сторонам боковой поверхности образца.

6.4. Прямоугольный образец полупроводника n-типа с размерами $a = 5$ см, $b = 0,5$ см и $d = 0,1$ см помещен в магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. При воздействии электрического напряжения $U = 16$ мВ по образцу протекает ток $I = 1$ мА. Измеренная холловская разность потенциалов $U = 0,06$ мВ. Найти проводимость, подвижность и концентрацию носителей этого полупроводника.

6.5. В образце германия при $a = 2,5$ мм, $d = 50$ мкм, $b = 0,25$ мм, $I = 2$ мА, $B = 0,5$ Тл получено при $U = 0,085$ В (в направлении тока) $U_x = -1,25$ мВ. Определить: а) тип основных носителей; б) их концентрацию; в) коэффициент Холла; г) подвижность основных носителей.

6.6. Установлено, что при некоторой температуре в кристалле антимонида индия ЭДС Холла обращается в нуль. Определить, какая доля электрического тока через образец при этой температуре переносится дырками, если отношение подвижности электронов и подвижности дырок равно n .

6.7. Решить предыдущую задачу для германия, учитывая, что $\mu_n = 0,39$ м²/(В·с); $\mu_p = 0,19$ м²/(В·с).

6.8. Вычислить, при каком соотношении концентраций электронов и ды-

рок в кремнии ЭДС Холла обращается в нуль, если их подвижности соответственно равны $\mu_n = 0,14 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ и $\mu_p = 0,05 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

6.9. Доказать, что при заданных напряжённостях электрического и магнитного полей ЭДС Холла прямо пропорциональна подвижности носителей заряда.

6.10. Пластика полупроводника толщиной в 1 мм помещена в магнитное поле перпендикулярно вектору индукции, равному 0,6 Тл. Вдоль образца протекает ток в $8 \cdot 10^3 \text{ А}$. При этом ЭДС Холла равна $1,46 \cdot 10^{-3} \text{ В}$. Определить коэффициент Холла и концентрацию носителей тока в исследуемом образце с атомарной структурой. Указание: Холл-фактор $A = \frac{3\pi}{8}$.

6.11. Образец кремния n-типа при некоторой температуре имеет удельное сопротивление $8,93 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, при этом коэффициент Холла равен $3,66 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{Кл}$. Определить концентрацию и подвижность электронов в образце.

6.12. Кристалл кремния легирован бором до концентрации $N_a = 10^{22} \text{ м}^{-3}$. Вычислить коэффициент Холла для температур 40 и 400 К, если энергия ионизации бора в кремнии $\Delta E_a = 45 \text{ мэВ}$, а эффективная масса плотности состояний для дырок валентной зоны $m_v = 0,56m_0$, где $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ — масса свободного электрона.

6.13. Определить знак, концентрацию и подвижность свободных носителей заряда в полупроводниковом образце, обладающем примесной проводимостью и сопротивлением 338 Ом. При токе $I = 50 \text{ мА}$ и магнитной индукции $B = 0,1 \text{ Тл}$ ЭДС Холла в образце 200 мВ. Размеры образца: длина — 10 мм; ширина — 0,1 мм; толщина — 5 мм.

6.14. Образец германия n – типа, предназначенный для изготовления транзисторов, имеет удельное сопротивление $1,5 \cdot 10^2 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ и значение постоянной Холла $5,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{Кл}$. Определить концентрацию и подвижность основных носителей.

6.15. Какую разность потенциалов нужно приложить к противоположным концам полупроводника p – типа, расположенным на расстоянии 5 мм друг от друга, чтобы получить холловское напряжение 10 мВ. Размеры образца $20 \times 10 \text{ мм}^2$, магнитное поле 44 мкТл. Подвижность носителей $0,18 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Нарисуйте схему расположения образца в магнитном поле.

6.16. Образец арсенида галлия с удельным сопротивлением $5 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ характеризуется коэффициентом Холла $3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{Кл}$. Определить: а) напряжённость холловского поля, возникающего при пропускании через образец тока плотностью $10 \text{ мА}/\text{мм}^2$ и воздействии магнитного поля с индукцией 2 Тл; б) напряжённость внешнего поля для создания заданной плотности тока.

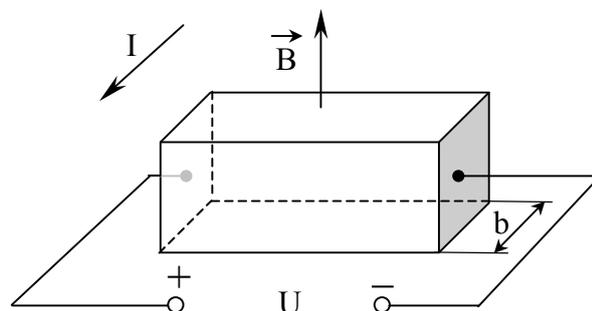
6.17. Плоский прямоугольный образец фосфида индия с удельным сопротивлением $\rho = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ и подвижностью электронов $\mu_n = 0,4 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ помещен в магнитное поле, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости кристалла. Вдоль образца пропускают ток $I = 20 \text{ мА}$. Определить силу Лоренца, действующую на электроны, если площадь поперечного сечения образца $S = 2 \text{ мм}^2$.

6.18. Тонкий образец InSb n – типа размером $a \times b = 20 \times 10 \text{ мм}^2$ расположен в плоскости, перпендикулярной магнитному полю Земли. Вычислить, какую разность потенциалов (U) нужно приложить к противоположным торцам образца, расположенным на расстоянии $a = 20 \text{ мм}$ один от другого, чтобы на боковых гранях образца получить холловское напряжение $U_x = 1,0 \text{ мВ}$. Индукцию магнитного поля Земли (B) принять равной 44 мкТл , а подвижность электронов $\mu_n = 7,8 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

6.19. Определить ЭДС Холла, возникающую в пластине германия толщиной $0,5 \text{ мм}$ с собственной электропроводностью при температуре $T = 300 \text{ К}$, если вдоль пластины проходит электрический ток $I = 10 \text{ мА}$. Вектор магнитной индукции ($B = 0,6 \text{ Тл}$) перпендикулярен плоскости пластины. Подвижности электронов и дырок принять $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ и $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, соответственно, а концентрацию собственных носителей заряда $n_i = 2,1 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

6.20. Определить, насколько изменится электропроводность металлического проводника площадью $S = 10^{-2} \text{ мм}^2$ и сопротивлением 10 Ом при помещении его в магнитное поле с индукцией $B = 0,5 \text{ Тл}$, если коэффициент магнитосопротивления равен $\gamma = 0,005 \text{ Тл}^{-1}$.

6.21. Определить тип электропроводности полупроводника, если ЭДС Холла имеет полярность, показанную на рисунке



Изменится ли ЭДС Холла, если ширину b полупроводниковой пластины уменьшить в 2 раза: а) при неизменных напряженностях электрического и магнитного полей; б) при неизменных индукции магнитного поля и плотности тока через образец; в) при неизменных индукции и токе через образец?

6.22. Установлено, что при повышении температуры полупроводника ко-

коэффициент Холла не изменяется, тогда как его удельное сопротивление несколько возрастает, но при более высокой температуре обе эти величины резко уменьшаются. Объясните такое поведение полупроводника, а также определить, что будет происходить, если образец охладить, а не нагревать.

6.23. Вычислить, какую разность потенциалов нужно приложить к противоположным торцам образца полупроводника n – типа, расположенные на расстоянии 1 см один от другого, чтобы получить холловское напряжение 25 мВ. Размеры образца $40 \times 10 \text{ мм}^2$, магнитное поле 50 мкТл. Подвижность основных носителей заряда $0,39 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Нарисуйте схему расположения образца в магнитном и электрическом полях, покажите, где возникает холловское напряжение, укажите его полярность, а также направления магнитного и электрического полей.

6.24. Образец полупроводника p – типа при комнатной температуре имеет удельное сопротивление $9 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, при этом коэффициент Холла равен $3 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{Кл}$. Определить концентрацию дырок и оценить дрейфовую скорость движения дырок в образце, при которой они не будут участвовать в образовании эффекта Эттинггаузена.

6.25. Оценить коэффициент магнитосопротивления образца кремния n -типа при напряжённости электрического поля $E = 15 \text{ кВ/м}$ и индукции магнитного поля $B = 1,05 \text{ Тл}$, если известно, что концентрация электронов в образце $n = 1,07 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-3}$, а их подвижность $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Векторы магнитной индукции и напряжённости электрического поля взаимно перпендикулярны.

6.26. В образце компенсированного полупроводника при $a = 5 \text{ мм}$, $d = 2 \text{ мм}$, $b = 0,2 \text{ мм}$, $I = 4 \text{ мА}$, $B = 0,5 \text{ Тл}$ получено при $E = 0,45 \text{ В/м}$ (в направлении тока) $U_X = -1,25 \text{ мВ}$. Определить: а) тип основных носителей; б) их концентрацию; в) коэффициент Холла; г) подвижность основных носителей.

6.27. Оценить, насколько изменится проводимость медного проводника ($\rho = 0,017 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$) при помещении его в магнитное поле с индукцией $B = 0,72 \text{ Тл}$, если коэффициент магнитосопротивления равен $\gamma = 0,0021 \text{ Тл}^{-1}$.

6.28. Определить проводимость электронного полупроводника, помещенного в магнитное поле с индукцией $B = 0,8 \text{ Тл}$ при напряжённости электрического поля $E = 10 \text{ кВ/м}$ и плотности тока через него $I = 2 \cdot 10^3 \text{ А/м}^2$, если известно, что подвижность электронов $\mu_n = 0,2 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны.

6.29. Определить среднюю длину свободного пробега электронов в германии n – типа, для которого удельное сопротивление $\rho = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ и коэффициент Холла $7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \text{ Кл}^{-1}$, если $m_n^* = 0,12 m_0$.

6.30. К торцам образца германия длиной $a = 1 \text{ см}$, шириной $b = 9,0 \text{ мм}$ и толщи-

ной $d = 0,2$ мм прикладывается разность потенциалов $1,4$ В и наблюдается ток 10 мА. При включении магнитного поля $0,1$ Тл на боковых гранях образца появляется холловское напряжение 10 мВ. Определить: а) постоянную Холла; б) знак носителей заряда; в) концентрацию носителей; г) подвижность носителей заряда; д) знаки заряда на гранях образца; е) среднюю дрейфовую скорость носителей заряда.

6.3. Теоретические вопросы к теме 6

6.1. Охарактеризовать движение положительно заряженной частицы в скрещённых электрическом и магнитном полях. Привести рисунок.

6.2. Объяснить механизм образования эффекта Холла в прямоугольном образце полупроводника p -типа. Привести рисунок для стационарного состояния.

6.3. Чем определяется величина ЭДС Холла в легированном полупроводнике? Ответ обосновать.

6.4. Рассмотреть механизм образования эффекта Холла в собственном полупроводнике. Привести рисунок.

6.5. Чем определяется величина ЭДС Холла в собственном полупроводнике? Ответ обосновать.

6.6. Описать механизм образования эффекта Холла в металле с дырочной проводимостью. Привести рисунок образования стационарного состояния.

6.7. Сравнить по величине ЭДС Холла, измеренную в образцах легированного полупроводника, собственного и в металле. Условия измерений и размеры образцов одинаковы.

6.8. При каких условиях и в каких полупроводниках ЭДС Холла обращается в нуль?

6.9. Чем создается заряд на противоположной грани образца в случаях образования ЭДС Холла в собственном полупроводнике, в легированном, в металле?

6.10. Чем обуславливается установление стационарного состояния при возникновении эффекта Холла в случаях: а) металла; б) примесного полупроводника; в) собственного полупроводника?

6.11. Какие основные электрофизические параметры полупроводника можно определить с помощью эффекта Холла?

6.12. Известны размеры образца a , b , d ; текущий через образец ток I ; приложенное к образцу напряжение U ; индукция магнитного поля B (рис. 6.2.). Привести выражения для определения n , σ , $v_{др}$, μ , ρ , R_H , U_H .

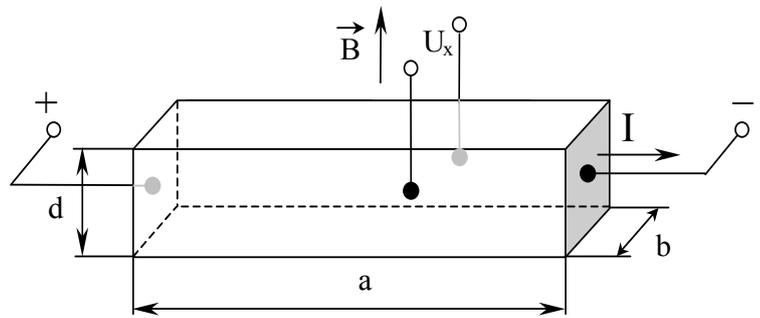


Рисунок 6.2. К заданию 6.12.

6.13. Объяснить причину уменьшения подвижности носителей заряда μ при внесении легированного полупроводника в магнитное поле.

6.14. Рассмотреть механизм образования эффекта Холла в полностью скомпенсированном полупроводнике.

6.15. Как из измерений эффекта Холла можно определить величину энергии активации примеси в полупроводнике? Привести необходимые для этого расчётные формулы.

6.16. Рассмотреть движение заряженной частицы под действием магнитного поля. Привести рисунки.

6.17. Дать определение и описать механизм возникновения эффекта Эттингсгаузена в случае собственного полупроводника.

6.18. Дать определение и описать механизм возникновения эффекта Эттингсгаузена в случае легированного полупроводника.

6.19. В каком случае эффект Эттингсгаузена более ярко выражен в металле, собственном полупроводнике или в примесном? Почему?

6.20. Дать сравнительный анализ механизмов возникновения магниторезистивного эффекта в собственном и легированном полупроводниках.

6.21. Рассмотреть механизм образования эффекта Холла в собственном полупроводнике. Привести рисунок установления стационарного со-

стояния для случая, когда $\mu_n < \mu_p$.

6.22. Чем определяется величина магниторезистивного эффекта в легированном полупроводнике?

6.23. Какие факторы определяют величину магниторезистивного эффекта в собственном полупроводнике?

6.24. Каким образом можно определить значение ширины запрещённой зоны полупроводника с помощью эффекта Холла? Привести необходимые для этого расчётные формулы и графические зависимости.

6.25. Описать устройство, принцип действия и характеристики датчиков Холла. Указать возможные области применения.

6.26. Как в общем случае будут различаться по величине ЭДС Холла, измеренные в образцах полупроводника n – типа, p – типа и в металле. Условия измерений и размеры образцов одинаковы.

6.27. Какие факторы определяют величину магниторезистивного эффекта в легированном полупроводнике?

6.28. Объяснить причину уменьшения подвижности носителей заряда μ при внесении собственного полупроводника в магнитное поле.

6.29. Каким образом будет влиять увеличение примеси противоположного знака в донорном полупроводнике на величину гальваномагнитных эффектов. Объяснить почему.

6.30. Рассмотреть поведение носителей заряда в образце полупроводника p – типа в форме диска Корбино в скрещенных магнитном и электрическом полях. Привести рисунок траектории движения.

Тема 7. ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА ТВЁРДЫХ ТЕЛ

7.1. Краткие теоретические сведения

Устойчивое состояние атомов в кристаллической решётке соответствует равенству сил притяжения и отталкивания. Так как потенциальная энергия взаимодействия атомов значительно превосходит тепловую энергию колебаний решётки $E_T \approx kT$, то вплоть до температуры плавления, под действием температуры атомы могут совершать лишь малые колебания вблизи положения равновесия. В этом случае, силы взаимодействия между атомами можно считать пропорциональными величине смещения, т. е. *линейными*, колебания атома будут периодическими, а сам атом можно рассматривать в качестве *гармонического осциллятора*. Раскладывая колебания осциллятора по трём направлениям (x, y, z), мы можем представить каждый атом в виде трёх линейных гармонических осцилляторов. Всего же в кристалле из N атомов будет находиться $3N$ гармонических линейных осциллятора. Поскольку атомы связаны друг с другом упругими силами, то колебания одного атома передаются другому, и в линейной цепочке атомов возникает волна сжатия и растяжения, описываемая *гармоническими* (синусоидальными) законами. Такое гармоническое колебание, возбуждаемое в цепочке атомов одним гармоническим осциллятором, называется *нормальным*. Полное число нормальных колебаний в кристалле будет равно $3N$. Нормальные колебания отличаются друг от друга длиной волны, направлением, поляризацией (*продольные* колебания и *поперечные*), скоростью распространения. Вся совокупность нормальных колебаний образует упругую (звуковую) волну, распространяющуюся по всему кристаллу.

При больших длинах волн рассмотренные упругие колебания находятся в диапазоне звуковых волн сжатия и растяжения, поэтому их называют *акустическими*. В сложных решётках, например, состоящих из разнородных атомов, кроме акустических, наблюдаются также и другой вид колебаний, называемых *оптическими* колебаниями. Если атомы в элементарной ячейке колеблются *синфазно*, то образуются акустические колебания, а если в *противофазе*, то оптические. Их можно представить как колебания одной *подрешётки* относительно другой.

Рассмотрим цепочку из N атомов, длиной L , расстояние между атомами в которой равно постоянной решётки a . Наиболее длинноволновое колебание, возникающее в цепочке, имеет длину волны $\lambda_{\max} = 2L$, а длина самой короткой волны $\lambda_{\min} = 2a$. Ей соответствует максимальная частота колеба-

ний ω_{\max} , которая, с учётом известных соотношений $v = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda}$, равна

$$\omega_{\max} = 2\pi \cdot v_{\max} = \frac{2\pi \cdot v}{\lambda_{\min}} = \frac{\pi \cdot v}{a}, \quad (7.1)$$

где v — фазовая скорость волны.

Частота ω_{\max} является характеристикой материала. Она определяется меж-
атомным расстоянием и скоростью распространения упругих волн в кристалле.

Для характеристики волны используют *волновой вектор* $\vec{q} = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \vec{n}$. Из (7.1)

следует, что $q = \omega/v$. Зависимость $q(\omega)$ называется дисперсионной зависимостью.

Распределение нормальных колебаний по частотам, т. е. плотность частот $N(\omega)$, определяемую как число различных частот нормальных колебаний, приходящихся на единичный интервал $d\omega$, дается выражением:

$$N(\omega) = \frac{9\omega^2 N}{\omega_{\max}^3}. \quad (7.2)$$

где N — число атомов в кристалле.

Каждый колеблющийся атом представляется в виде трёх линейных гармонических осцилляторов. Каждый осциллятор с частотой ω_q порождает в кристаллической решётке соответствующее ему нормальное колебание, описываемое волновым вектором q и частотой ω_q .

Так как энергия гармонического осциллятора *квантована*, то и энергия соответствующего нормального колебания с частотой ω_q может иметь только *дискретные* значения:

$$E_{\omega_q} = \hbar\omega_q \left(n_q + \frac{1}{2} \right), \quad (7.3)$$

где $n_q = 0, 1, 2 \dots$

Индекс q снизу обозначает нормальное колебание с вектором q . Энергия основного состояния при $n_q = 0$, т. е. нулевая энергия данного колебания $E_{0_q} = \frac{\hbar\omega_q}{2}$. Избыток энергии $E_{n_q} - E_{0_q} = \hbar\omega_q \cdot n_q$ можно представить в виде потока n_q квантов, каждый из которых несёт энергию, равную $\hbar\omega_q$.

По аналогии с квантами электромагнитных волн светового излучения — *фотонами*, минимальные порции, т. е. кванты упругих колебаний кристаллической решётки называют *фононами*.

Фонон — квант теплового возбуждения кристаллической решётки, т. е. это минимальная порция энергии, которую может поглотить или испустить решётка при тепловых колебаниях данной частоты.

Энергия и импульс фононов связаны с частотой ω_q и волновым вектором звуковой волны (нормального колебания) q обычными соотношениями де-Бройля:

$$E_q = \hbar\omega_q, \quad (7.4)$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{q} = \frac{h}{\lambda} = \frac{\hbar\omega}{v}. \quad (7.6)$$

Совокупность звуковых волн, проходящих через кристалл, эквивалентна *фононному газу*, заполняющему кристалл.

Увеличение энергии нормального колебания, т. е. увеличение интенсивности колебания частоты ω_q , означает увеличение концентрации фононов $\hbar\omega_q$, движущихся в ту же сторону и с той же скоростью.

Число одинаковых фононов, которые могут быть возбуждены в решётке, ничем не ограничено. Поэтому фононы подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна:

$$f_{\text{Б.Э.}}(E_q, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_q}{kT}\right) - 1}. \quad (7.6)$$

Функция распределения $f_{\text{Б.Э.}}(E_q, T)$ — определяет вероятность заполнения состояния с энергией E_q при данной температуре T , то есть среднее число фононов $\langle n_q \rangle$ с частотой ω_q , возбуждённых при температуре T :

$$\langle n_q \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_q}{kT}\right) - 1}. \quad (7.7)$$

Как видно из (7.3), наименьшую энергию имеют длинноволновые колебания. Поэтому, первыми при низких температурах возникают колебания с низкими частотами. По мере увеличения температуры в кристалле одновременно происходят два процесса: 1) идет увеличение интенсивности уже имеющихся в кристалле колебаний, т. е. растет число фононов низких частот; 2) последовательно возбуждаются новые колебания со все более высокими частотами. При некоторой определённой для данного кристалла температуре $T = \Theta$ в нем возбуждаются все возможные тепловые колебания — от самых низких частот, с длиной волны $\lambda = 2L$, вплоть до максимальной частоты ω_{max} . Температура Θ называется *температурой Дебая*, а характеристическая для кристалла частота ω_{max} — час-

тотой Дебая ω_D . Связь между ними устанавливается соотношением

$$k\Theta = \hbar\omega_D. \quad (7.8)$$

Теплоёмкостью кристалла называется изменение его внутренней энергии при изменении температуры на один градус при постоянном объёме (изохорическая теплоёмкость):

$$C_V = \left(\frac{dE}{dT} \right)_{V=\text{const}}. \quad (7.9)$$

В общем случае теплоёмкость кристалла складывается из *теплоёмкости кристаллической решётки* и *теплоёмкости свободных носителей заряда*.

Полную энергию тепловых колебаний кристаллической решётки можно определить следующим образом. Среднее число фононов частоты ω_k определяется (7.7). Тогда произведение $\langle n(\omega_q, T) \rangle \cdot \hbar\omega_q = \langle E(\omega_q, T) \rangle$ — есть средняя энергия нормальных колебаний с частотой ω_q , возбуждённых при температуре T :

$$\langle E(\omega_q, T) \rangle = \frac{\hbar\omega_q}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_q}{kT}\right) - 1}. \quad (7.10)$$

Так как $dN(\omega) = N(\omega) d\omega$ — число нормальных колебаний с частотами от ω до $\omega + d\omega$, то

$$dE(\omega, T) = \langle E(\omega, T) \rangle dN(\omega) \quad (7.11)$$

есть средняя энергия нормальных колебаний, приходящихся на интервал частот от ω до $\omega + d\omega$. Следовательно, полная энергия тепловых колебаний решётки кристалла

$$E_{\text{д.а.}} = \int_0^{\omega_{\text{max}}} \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1} \cdot N(\omega) d\omega. \quad (7.12)$$

С учётом (7.2) получаем

$$E_{\text{реш}} = \frac{9N\hbar}{\omega_{\text{max}}^3} \int_0^{\omega_{\text{max}}} \frac{\omega^3}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1} \cdot d\omega. \quad (7.13)$$

Введя переменную $x = \hbar\omega/kT$, выражение для энергии тепловых колебаний кристалла приводим к виду

$$E_{\text{реш}} = 9NkT \left(\frac{T}{\Theta} \right)^3 \int_0^{\frac{\Theta}{T}} \frac{x^3}{e^x - 1} dx. \quad (7.14)$$

При низких температурах, когда $T \ll \Theta$, верхний предел в интеграле

стремится к бесконечности. Тогда, учитывая, что

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}. \quad (7.15)$$

$$E_{\text{реш}} = \frac{3 \cdot N \cdot \pi^4 \cdot kT}{5} \left(\frac{T}{\Theta} \right)^3. \quad (7.16)$$

Соответственно, теплоёмкость кристаллической решётки

$$C_{\text{реш}} = \frac{dE_{\text{реш}}}{dT} = \frac{12 \cdot N \cdot \pi^4 \cdot k}{5} \left(\frac{T}{\Theta} \right)^3. \quad (7.17)$$

При высоких температурах, когда $T > \Theta$, параметр x в (7.14) по величине значительно меньше единицы и e^x можно разложить в ряд Маклорена:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^k}{k!} + \dots$$

Ограничившись $e^x \approx 1 + x$ в (7.14), можем получить для энергии решётки

$$E_{\text{реш}} = 9NkT \left(\frac{T}{\Theta} \right)^3 \int_0^{\frac{\Theta}{T}} x^2 dx = 9NkT \left(\frac{T}{\Theta} \right)^3 \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{\Theta}{T} \right)^3 = 3NkT. \quad (7.18)$$

Откуда теплоёмкость решётки $C_{\text{реш}} = 3Nk$, т. е. при высоких температурах теплоёмкость $C_{\text{реш}}$ всех тел одинакова и постоянна.

Полученная зависимость теплоёмкости решётки кристалла от температуры

$C_{\text{реш}} \sim \left(\frac{T}{\Theta} \right)^3$ в области низких темпера-

тур носит название *закона Дебая*, а зависимость $C_{\text{реш}} = 3Nk$ для области высоких температур — *закона Дюлонга-Пти*.

Таким образом, график зависимости теплоёмкости решётки

от температуры можно представить в следующем виде (рис. 7.1).

Температуру Дебая можно рассматривать в качестве *критерия перехода* от правомерности использования классического подхода при описании свойств кристалла к учёту его квантовых свойств. При $T > \Theta$, температура кристалла считается высокой и ещё можно использовать классический подход, а при $T \ll \Theta$ уже следует переходить к квантовому рассмотрению.

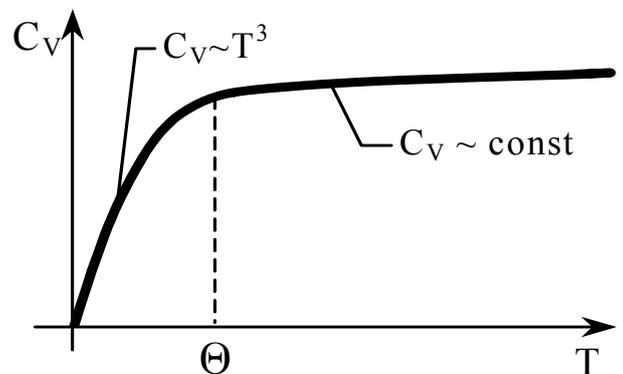


Рисунок 7.1. Температурная зависимость теплоёмкости решётки кристалла

В металлах и вырожденных полупроводниках имеется значительное количество свободных носителей заряда. Часть из них может подвергаться тепловому возбуждению и вносить свой вклад в теплоёмкость этих материалов. Из n свободных электронов в металлах тепловому возбуждению подвергается только их незначительная часть Δn , находящихся вблизи уровня Ферми

$$\Delta n = \frac{k \cdot T}{E_F} \cdot \frac{n}{2}. \quad (7.19)$$

При этом каждый возбуждённый электрон приобретает в среднем тепловую энергию $3/2kT$. Следовательно, изменение энергии электронного газа при его нагревании до температуры T можно оценить как

$$E_{эл} \approx \frac{3}{2} kT \cdot \Delta n = \frac{3}{4} \frac{(kT)^2}{E_F} \cdot n \quad (7.20)$$

и теплоёмкость электронного газа $C_{эл}$ будет равна

$$C_{эл} = \frac{dE_{эл}}{dT} \approx \frac{3}{2} \frac{k^2 T}{E_F} \cdot n. \quad (7.21)$$

Поскольку Δn мало, то $C_{эл}$ даже в металлах по величине значительно меньше $C_{реш}$. При $T = 300$ К, $kT \approx 0,025$ эВ, а поскольку $E_F \approx 5$ эВ при $n \approx 10^{28} \text{ м}^{-3}$, то $C_{эл} \approx 0,01 C_{реш}$. Однако в области низких температур ($T < 0,02$ Θ), где $C_{реш}$ очень мала, теплоёмкость металла может определяться $C_{эл} \sim T$.

Равновесное положение атомов обеспечивается равенством сил притяжения и отталкивания. При этом при сближении частиц силы отталкивания возрастают намного быстрее, чем силы притяжения при их удалении друг от друга. Поэтому, результирующая сила $F_{рез}$ имеет асимметричный характер в зависимости от расстояния между частицами r (рис. 7.2 а).

Поскольку по определению $F(r) = -\frac{dU(r)}{dr}$, то и зависимость потенциальной энергии взаимодействующих атомов $U(r)$ тоже асимметрична (рис. 7.2 б) с минимумом в точке $r = r_0$, соответствующей положению рав-

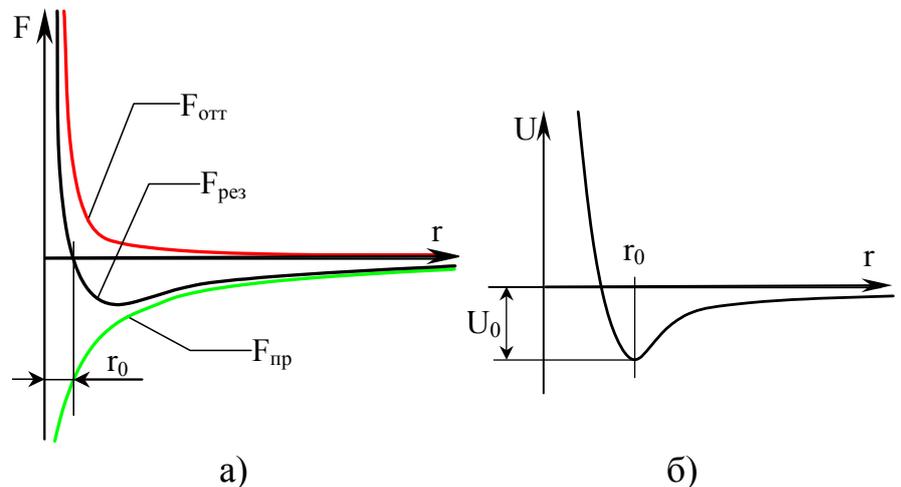


Рисунок 7.2. Графики зависимости сил (а) и энергии (б) взаимодействия частиц в решётке от расстояния между ними

новесия. При увеличении температуры кристалла амплитуда колебаний атомов близи положения равновесия возрастает. Из-за асимметричного характера зависимости $U(r)$ атом смещается вправо от точки $r = r_0$ на большее расстояние, чем влево, что ведет к увеличению среднего расстояния между частицами, обуславливая *тепловое расширение* кристалла.

Тепловое расширение характеризуется *линейным коэффициентом теплового расширения* (КТР) — α_ℓ , который показывает, чему равно относительное увеличение линейного размера кристалла при изменении его температуры на ΔT :

$$\alpha_\ell = \frac{1}{\ell_0} \cdot \frac{\Delta \ell}{\Delta T}, \quad (7.22)$$

где ℓ_0 — начальная длина кристалла,

$\Delta \ell = \ell - \ell_0$ — изменение длины кристалла в результате изменения его температуры на $\Delta T = T - T_0$. Из (7.22) следует, что длина кристалла при температуре T будет равна

$$\ell = \ell_0 (1 - \alpha_\ell \Delta T). \quad (7.23)$$

Тепловое возбуждение приводит к увеличению расстояния между атомами по сравнению с расстоянием, отвечающим минимуму потенциальной энергии. Очевидно, что при этом изменяется внутренняя энергия тела. Так как изменение внутренней энергии тела при воздействии температуры определяется теплоёмкостью, то температурная зависимость КТР $\alpha_\ell(T)$ соответствует температурной зависимости теплоёмкости решётки $C_{\text{реш}}(T)$.

Между температурными коэффициентами сопротивления проводника α_R , удельного сопротивления материала α_ρ и коэффициентом линейного расширения α_ℓ существует взаимосвязь:

$$\alpha_\rho = \alpha_R + \alpha_\ell. \quad (7.24)$$

Для большинства твёрдых тел $\alpha_\ell = (10^{-6} - 10^{-5})$ град $^{-1}$ и при $T > \Theta$ незначительно зависит от температуры. КТР уменьшается при возрастании силы связи между частицами вещества и увеличивается с возрастанием массы частиц, так как при этом усиливается ангармонизм колебаний. Как показывают расчёты, КТР прямо пропорционален теплоёмкости тела и обратно пропорционален модулю упругости первого рода (модулю Юнга) E . Неодинаковое тепловое расширение отдельных частей твёрдого тела, находящихся при разной температуре приводит к возникновению в нем внутренних термических напряжений. Величина этих напряжений в первом приближении может быть оценена по *закону Гука*

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta l}{l} = E \cdot \alpha_l \cdot \Delta T. \quad (7.25)$$

Термические напряжения возникают также из-за различия КТР двух связанных между собой твёрдых тел (например, подложки и нанесённой на неё плёнки). Эти напряжения появляются во всех случаях, когда температура эксплуатации неоднородной структуры отличается от температуры её формирования на величину $\Delta T = T_1 - T_2$. В первом приближении *уровень внутренних напряжений* на границе раздела неоднородной структуры можно оценить по формуле

$$\sigma = E(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \Delta T (1 - \mu_1)^{-1}, \quad (7.26)$$

где α_1, α_2 — линейные коэффициенты теплового расширения контактирующих твёрдых тел,

μ_1 — коэффициент Пуассона твёрдого тела, в котором определяется уровень внутренних напряжений.

Отрицательный знак говорит о возникновении механических напряжений сжатия, положительный — растяжения. В неравномерно нагретых телах наблюдается процесс теплопроводности, проявляющийся в переносе энергии от более нагретой области кристалла к менее нагретой в форме теплоты без теплового излучения. В одномерном случае процесс теплопроводности описывается *уравнением Фурье*:

$$dQ = -K \cdot \frac{dT}{dx} \cdot dS \cdot dt, \quad (7.27)$$

где dQ — переносимое количество теплоты,

K — коэффициент теплопроводности [Вт/К·м], представляющий собой количество теплоты, переносимое через единичную площадку за единицу времени при градиенте температуры dT/dx . Знак "минус" указывает на то, что энергия переносится в направлении убыли температуры.

В твёрдом теле существуют два основных механизма теплопереноса:

1) *фононная* (решёточная) *теплопроводность* (перенос тепла вследствие тепловых колебаний атомов решётки);

2) *электронная теплопроводность* (перенос тепла носителями заряда).

Соответственно общий коэффициент теплопроводности твёрдого тела определяется как

$$K = K_{\text{реш}} + K_{\text{эл}}. \quad (7.28)$$

Если бы атомы твёрдого тела совершали строго гармоничные колебания, то нормальные колебания в решётке также были бы гармоничными и не рассеивались

друг на друге. В этом случае в решётке находился бы идеальный фононный газ, состоящий из невзаимодействующих фононов. Однако в действительности, из-за асимметрии кривой зависимости $U(r)$, колебания атомов носят ангармоничный характер, что ведет к взаимодействию нормальных колебаний и их рассеянию друг на друге. Такое взаимодействие описывается как взаимодействие между фононами — *фонон-фононное рассеяние*. При этом движение фононного газа можно считать хаотическим, а процесс переноса тепла — типично диффузионным.

Для оценки $K_{\text{реш}}$ можно воспользоваться результатами, полученными для коэффициента теплопроводности в кинетической теории газов:

$$K = \frac{1}{3} \cdot v \cdot \ell \cdot C, \quad (7.29)$$

где v — скорость движения молекул газа,

ℓ — длина свободного пробега молекул газа,

C — теплоёмкость газа.

Применительно к фононному газу

$$K_{\text{реш}} = \frac{1}{3} \cdot v_{\text{фон}} \cdot \ell_{\text{фон}} \cdot C_{\text{реш}}, \quad (7.30)$$

где $v_{\text{фон}}$ и $\ell_{\text{фон}}$ — скорость и длина свободного пробега фононов,

$C_{\text{реш}}$ — теплоёмкость решётки.

Теплопроводность решётки существенно зависит от жёсткости связи между частицами, поскольку её уменьшение вызывает уменьшение модуля упругости Юнга E и, соответственно, скорости звука, т.к. $v_{\text{фон}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ (ρ — плотность твёрдого тела). Кроме того, уменьшение жесткости связи, также как и увеличение массы частиц, образующих решётку, ведет к росту ангармонизма колебаний и, следовательно, к усилению фонон-фононного рассеяния.

Для коэффициента теплопроводности электронного газа выражение (7.29) принимает вид

$$K_{\text{эл}} = \frac{1}{3} \cdot v_{\text{эл}} \cdot \ell_{\text{эл}} \cdot C_{\text{эл}}, \quad (7.31)$$

где $v_{\text{эл}}$ и $\ell_{\text{эл}}$ — скорость и длина свободного пробега электронов,

$C_{\text{эл}}$ — теплоёмкость электронного газа.

Так как концентрация носителей заряда в металлах очень велика, то для чистых металлов $K_{\text{эл}} \gg K_{\text{реш}}$, но в сплавах из-за рассеяния электронов на структур-

ных дефектах $K_{эл}$ может быть сравнима по величине с $K_{реш}$.

Хороший проводник тепла является одновременно и хорошим проводником электричества. Для всех металлов отношение коэффициента теплопроводности к удельной электрической проводимости прямо пропорционально температуре:

$$\frac{K_{эл}}{\sigma} = A \cdot \left(\frac{k}{q} \right)^2 \cdot T, \quad (7.32)$$

где $A=2 \div 3$ — коэффициент пропорциональности,

k — постоянная Больцмана,

q — заряд электрона.

Соотношение (7.32) носит название *закона Видемана-Франца*.

Электронная теплопроводность $K_{эл}$ определяется выражением (7.31).

В соответствии с (7.21) $C_{эл} \approx \frac{3 k^2 T}{2 E_F} \cdot n$. Тогда для $K_{эл}$ можно записать

$$K_{эл} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_F \cdot \ell_F \cdot k^2 \cdot n}{E_F}. \quad (7.33)$$

В свою очередь электропроводность металла σ выражается как

$$\sigma = \frac{n \cdot q^2 \cdot \ell_F}{2 \cdot m_n^* \cdot v_F}. \quad (7.34)$$

Таким образом, значения коэффициента теплопроводности электронов $K_{эл}$, так же как и электропроводности σ , определяются n и ℓ_F , но только эти две величины и различаются для различных материалов. Следовательно, отношение $\frac{K_{эл}}{\sigma}$ при данной температуре T для разных металлов должно совпадать.

Находя отношение

$$\frac{K_{эл}}{\sigma} = \frac{k^2 \cdot m_n^* \cdot v_F^2}{q^2 \cdot E_F}, \quad (7.35)$$

и учитывая, что $\frac{m_n^* \cdot v_F^2}{2} = E_F$, получаем

$$\frac{K_{эл}}{\sigma} = 2 \cdot \left(\frac{k}{q} \right)^2 \cdot T = L \cdot T, \quad (7.36)$$

где $L = \frac{K_{эл}}{\sigma \cdot T} = \left(\frac{k}{q} \right)^2 \cdot A$ — *число Лоренца*.

Коэффициент A определяется концентрацией носителей заряда

в материале и преобладающим механизмом рассеяния носителей заряда. Более точный расчёт дает для металла $A = \frac{\pi^3}{3}$.

Закон Видемана-Франца соблюдается также и в полупроводниках, но только в примесных. В собственных полупроводниках число генерируемых пар электронов и дырок в нагретой области образца будет больше, чем в холодной. Как следствие возникшего градиента концентрации носителей заряда происходит диффузия электронно-дырочных пар в направлении, обратном градиенту температуры dT/dx . Там они рекомбинируют, выделяя энергию, равную ширине запрещённой зоны E_g , в результате чего $K_{эл}$ начинает расти значительно быстрее, чем σ .

7.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 7

7.1. Определить температуру Дебая для трёхмерного кристалла, состоящего из атомов одного сорта. Равновесные положения атомов находятся в вершинах прямоугольных кристаллических ячеек. Концентрация атомов (число их, приходящееся на единицу объёма) $N = 1,25 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Скорость распространения акустических волн в кристалле $v = 3 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

7.2. Зная температуру Дебая $\Theta = 365 \text{ К}$ и плотность $\rho = 5,32 \text{ г/см}^3$ германия (Ge), определить максимальное значение энергии и квазиимпульса акустического фонона, если известно, что германий имеет решётку типа алмаза.

7.3. Оценить максимальные значения энергии и квазиимпульса акустического фонона алюминия, если температура Дебая $\Theta = 374 \text{ К}$, его плотность $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$, молярная масса $M = 26,98 \text{ г/моль}$. Алюминий имеет ГЦК решётку.

7.4. Какое число фононов максимальной частоты возбуждается в среднем в кристалле при температуре $T = 400 \text{ К}$, если температура Дебая $\Theta = 200 \text{ К}$?

7.5. Оценить интервал энергии фононов кристалла алюминия, имеющего форму куба с ребром 1 м .

7.6. Определить температуру Дебая и максимальную энергию фонона для серебра (Ag), если известно, что при температуре 65 К его молярная теплоёмкость $C = 15 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$.

7.7. Атомная масса серебра $M = 107,9 \text{ г/моль}$, плотность $\rho = 10,5 \text{ г/см}^3$. Оценить максимальное значение импульса фонона p_{max} в кристалле серебра.

7.8. Определить время релаксации, среднюю длину свободного пробега электронов и дрейфовую скорость в поле $E = 100 \text{ В/м}$ для натрия при температуре 300 К , если

его теплопроводность $K = 150$ Вт/м·град, а концентрация носителей заряда 10^{24} м⁻³.

7.9. Определить максимальную частоту тепловых колебаний в решётке меди с постоянной решётки $a = 3,6 \cdot 10^{-10}$ м. Скорость распространения звука принять $v = 3550$ м/с.

7.10. Оценить скорость звука в кристалле, дебаевская температура которого $\Theta = 300$ К и межатомное расстояние которого $a = 0,25$ нм.

7.11. При давлении $P = 1013$ ГПа аргон затвердевает при температуре, равной 84 К. Температура Дебая для аргона $\Theta = 92$ К. Экспериментально установлено, что при $T_1 = 4,0$ К молярная теплоёмкость аргона $C_1 = 1,74$ Дж/моль·К. Определить значение молярной теплоёмкости аргона C_2 при $T_2 = 2,0$ К.

7.12. Медная плёнка напыляется на ситалловую подложку при температуре 573 К. Оценить уровень и знак внутренних термических напряжений в плёнке при температуре 300 К, если температурные коэффициенты линейного расширения меди и ситалла соответственно равны $\alpha_{Cu} = 16,5 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹, $\alpha_C = 8,3 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹, модуль Юнга для меди $E_{Cu} = 112$ ГПа, коэффициент Пуассона равен 0,28.

7.13. Теплоёмкость серебра при 10 К равна 199 Дж/град. Определить температуру Дебая для серебра. Концентрация носителей заряда $n = 2,04 \cdot 10^{27}$ м⁻³.

7.14. Вычислить количество теплоты, которое требуется сообщить 100 г железа для нагревания от 100 до 200 К. Температура Дебая железа равна 450 К.

7.15. Для кристалла алюминия с концентрацией свободных электронов $6,0 \cdot 10^{22}$ м⁻³ найти отношение теплоёмкостей электронного газа и кристаллической решётки при 300 К, если температура Дебая $\Theta = 418$ К.

7.16. Определить температуру T , при которой теплоёмкость электронного газа с концентрацией свободных электронов $6,0 \cdot 10^{22}$ м⁻³ станет равной теплоёмкости решётки серебра, если дебаевская температура $\Theta = 210$ К.

7.17. В цоколь электровакуумного прибора при температуре $T_1 = 400^\circ\text{C}$ вваривается вывод из сплава 36Н (инвар). Оценить уровень и знак внутренних напряжений в стекле при $T_2 = 25^\circ\text{C}$, если известно, что для инвара температурный коэффициент линейного расширения $\alpha = 1,53 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹, а для стекла $1,47 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹. Модуль Юнга для инвара и коэффициент Пуассона принять соответственно $E_{ин} = 350$ ГПа, $\mu = 0,3$. Оценить прочность слоя, если известно, что предел прочности стекла на растяжении $\sigma_b = 80$ МПа.

7.18. Приняв для серебра значение температуры Дебая $\Theta = 418 \text{ К}$, определить: а) максимальное значение энергии фонона E_{\max} ; б) среднее число фононов с энергией E_{\max} при температуре $T = 300 \text{ К}$.

7.19. Объяснить, почему теплоёмкость газа свободных электронов при низких температурах $T \ll \Theta$ много меньше, чем для газа, состоящего из классических частиц. Чему равняется отношение $\frac{C_{\text{эл}}}{C_{\text{кл}}}$ для натрия при $T = 300 \text{ К}$? Энергия уровня Ферми для натрия равна $3,2 \text{ эВ}$.

7.20. Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при 20°С равно 350 Ом . Какой будет температура нити лампочки, если при включении в сеть с напряжением 220 В в рабочем режиме по нити течёт ток $0,6 \text{ А}$? Температурный коэффициент $\alpha_\ell = 4,4 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$, а $\alpha_\rho = 5 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$.

7.21. Определить приближенно скорость звука в алмазе, зная, что температура Дебая $\Theta = 1860 \text{ К}$, решётка кубическая с постоянной $a = 1,54 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

7.22. Оценить теплоёмкость электронного газа в меди ($E_{F_0} \approx 3,2 \text{ эВ}$) при 100°С и сравнить её с теплоёмкостью решётки.

7.23. Оценить максимальную частоту тепловых колебаний кристаллической решётки меди, у которой при температуре $C_{\text{реш}}$ отличается от классического значения на 25% .

7.24. Оценить удельную теплоёмкость решётки натрия (Na) при $T = 300 \text{ К}$. Концентрация свободных электронов $n = 2,5 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$, скорость движения электронов $v_F = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, длина свободного пробега электронов $\ell_F = 10^{-8} \text{ м}$.

7.25. Вычислить удельную теплопроводность меди при $T = 300 \text{ К}$ по измеренному значению её удельного сопротивления $\rho = 0,017 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

7.26. Оценить коэффициент теплопроводности серебра и ртути при температуре $T = 300 \text{ К}$, если известно, что удельные сопротивления при этой температуре соответственно равны $\rho_{\text{Ag}} = 0,016 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$; $\rho_{\text{Hg}} = 0,96 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

7.27. Определить, во сколько раз изменится удельная теплоёмкость меди при изменении температуры от 20 до 200°С . Температурный коэффициент удельного сопротивления меди принять $\alpha_\rho = 4,3 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$.

7.28. Определить температурный коэффициент линейного расширения α_ℓ и удлинение нихромовой проволоки, если известно, что при повышении температуры от 50 до 1000°С электрическое сопротивление проволоки изменяется от 50 до $55,6 \text{ Ом}$. Длина проволоки в холодном состоянии $\ell = 50 \text{ м}$. Температурный коэффи-

коэффициент удельного сопротивления нихрома принять равным $15 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

7.29. При нагревании провода длиной 1,5 м и диаметром 0,1 мм от 20 до 100°C его сопротивление уменьшается на 0,07 Ом, а длина возрастает на 0,16%. Определить температурный коэффициент удельного сопротивления.

7.30. Период решётки кристалла равен 3 Å. Определить максимальную энергию фононов, распространяющихся вдоль линейной цепочки атомов. Скорость звука в кристалле $v = 5 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

7.3. Теоретические вопросы к теме 7

7.1. Дать характеристику распределению нормальных колебаний по частотам. Привести график зависимости $N(\omega)$.

7.2. Дать характеристику акустическим колебаниям кристаллической решётки. Привести дисперсионные кривые продольных и поперечных колебаний. Скорость каких колебаний выше продольных или поперечных? Почему?

7.3. Дать сравнительную характеристику акустических и оптических колебаний кристаллической решётки.

7.4. Объяснить физически вид дисперсионных зависимостей $\omega(q)$ для оптических и акустических колебаний.

7.5. Какие факторы определяют теплопроводность кристалла?

7.6. Получить соотношение, связывающее линейный КТР α_l с теплоёмкостью решётки $C_{\text{реш}}$.

7.7. Что такое фонон? Рассмотреть основные свойства фононов.

7.8. Что называется теплоёмкостью твёрдого тела? Чем она определяется в случаях металла, полупроводника примесного и собственного?

7.9. Дать определение теплоёмкости электронного газа. Сравнить $C_{\text{эл}}$ и $C_{\text{реш}}$ в металлах и полупроводниках при различных температурах.

7.10. Объяснить зависимость решёточной теплоёмкости кристалла $C_{\text{реш}}$ от температуры T .

7.11. Доказать, что при постоянной температуре T для легированных полупроводников отношение коэффициента теплопроводности электронного газа $K_{\text{эл}}$ и электропроводности σ равно константе.

7.12. Получить закон Дюлонга-Пти для молярной теплоёмкости решётки.

7.13. Получить закон Дебая для молярной теплоёмкости решётки кристалла.

7.14. Чем определяется характер поведения КТР в области низких и высоких температур? Привести соответствующий график, указать на нем температуру Дебая.

7.15. Как зависит концентрация фононов в кристалле от температуры? Рассмотреть случаи низких и высоких температур.

7.16. Что называется теплопроводностью твёрдого тела? Чем она характеризуется? Чем осуществляется теплопроводность в случаях металла, полупроводника примесного и собственного?

7.17. Как зависит коэффициент теплопроводности кристаллической решётки от температуры? Объяснить.

7.18. Дать определение теплопроводности электронного газа. Сравнить $K_{эл}$ и $K_{реш}$ в металлах и полупроводниках.

7.19. Объяснить характер температурной зависимости коэффициента теплопроводности электронного газа в проводниках.

7.20. Объяснить, почему теплоёмкость электронного газа в проводниках при низких температурах намного меньше, чем для газа, состоящего из классических частиц.

7.21. Дать физическое объяснение механизму теплового расширения твёрдых тел? Может ли КТР быть отрицательным? Если да, то объяснить причину.

7.22. Дать сравнительный анализ законам Дюлонга-Пти и Дебая.

7.23. Какими параметрами материала определяется величина и знак коэффициента теплового расширения (КТР)? Каким образом можно влиять на величину КТР?

7.24. Доказать, что между температурными коэффициентами сопротивления проводника α_R , удельного сопротивления материала α_p и коэффициентом линейного расширения α_l существует следующая взаимосвязь: $\alpha_p = \alpha_R + \alpha_l$

7.25. Почему в области низких температур ($T < \theta$) следует учитывать квантовые свойства при описании тепловых колебаний кристалла?

7.26. Объяснить температурную зависимость коэффициента теплового расширения $\alpha_l(T)$.

7.27. Какие результаты, полученные при рассмотрении модели гармонического осциллятора, можно использовать применительно к описанию тепловых колебаний частиц в кристалле?

7.28. Какие колебания кристаллической решётки называются оптическими? Привести и объяснить вид дисперсионных кривых для этих колебаний.

7.29. Объяснить физический смысл температуры Дебая. Чем определяется значение температуры Дебая для данного вещества?

7.30. Почему при низких температурах решёточная теплоёмкость кристалла не остается постоянной?

Тема 8. ОПТИЧЕСКИЕ И ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЁРДЫХ ТЕЛАХ

8.1. Краткие теоретические сведения

Фотоэлектрическим эффектом называется процесс освобождения электронов, находящихся в связанном состоянии, под действием коротковолнового электромагнитного излучения. Различают *внешний* и *внутренний фотоэффекты*. При внешнем фотоэффекте происходит испускание электронов из тела в вакууме под действием излучения. Он наблюдается в любых твёрдых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах на отдельных атомах и молекулах (*фотоионизация*). Схема установки для изучения законов внешнего фотоэффекта приведена на рис. 8.1.

Характер зависимости силы фототока от разности потенциалов изображен на рис. 8.2.

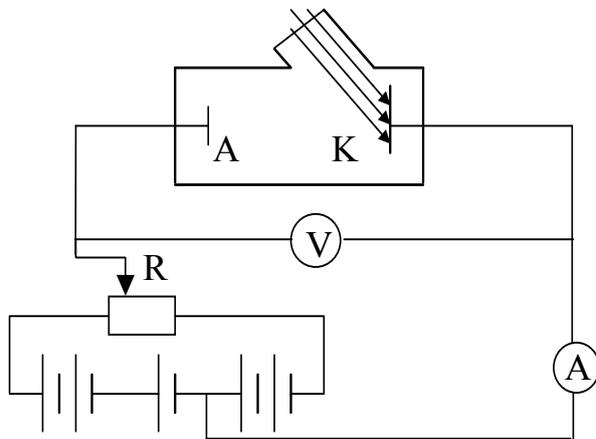


Рисунок 8.1. Схема установки для исследования законов фотоэффекта

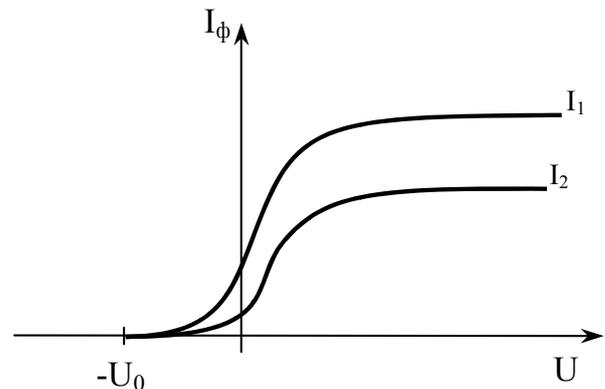


Рисунок 8.2. Зависимость силы фототока I_ϕ от разности потенциалов U при различных значениях интенсивности светового потока I ($I_1 = \text{const}$ и $I_2 = \text{const}$)

Существование фототока при отрицательных значениях U от 0 до U_0 свидетельствует о том, что фотоэлектроны выходят из катода, имея некоторую начальную скорость и соответственно кинетическую энергию. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов v_{max} связана с задерживающим потенциалом U_0 соотношением $\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = eU_0$.

Основные закономерности внешнего фотоэффекта:

- 1) максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света I , а определяется только его частотой;

- 2) при фиксированной частоте падающего излучения сила фототока пропорциональна интенсивности светового потока I ;
- 3) фотоэффект наблюдается лишь тогда, когда длина волны λ падающего света меньше некоторого характерного для этого вещества граничного значения λ_0 , называемого красной границей фотоэффекта.

Объяснение закономерностей фотоэффекта было дано Эйнштейном на основе гипотезы о том, что свет представляет собой поток дискретных порций энергии, называемых квантами или фотонами. Концентрация фотонов в световом потоке пропорциональна интенсивности света, а энергия E каждого фотона – частоте света $E = h\nu$, где h — постоянная Планка. В случае поглощения света веществом каждый поглощённый фотон передает свою энергию частице Вещества. При внешнем фотоэффекте электрон проводимости, поглощая фотон, получает его энергию $h\nu$. Для выхода из тела электрон должен совершить работу выхода A . Поэтому *уравнение Эйнштейна* для внешнего фотоэффекта, выражающее закон сохранения энергии при фотоэффекте, имеет вид

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (8.1)$$

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_0 = h\nu - A. \quad (8.2)$$

Максимальная начальная кинетическая энергия фотоэлектронов зависит от частоты света по линейному закону. Она обращается в нуль при частоте ν_0 , соответствующей *красной границе* внешнего фотоэффекта

$$\nu_0 = \frac{A}{h}. \quad (8.3)$$

Следовательно, красная граница зависит только от работы выхода электрона из материала.

При *внутреннем фотоэффекте* наблюдается увеличение концентрации носителей заряда в образце при его освещении, и как следствие, рост его электропроводности.

Механизмы поглощения света, приводящие к увеличению концентрации носителей заряда, называются *фотоактивными*, к ним относятся: собственное поглощение, при котором генерация носителей происходит за счёт переброса электрона из валентной зоны в зону проводимости, и *примесное поглощение*, когда электрон переходит с примесных уровней в зону проводимости или из валентной зоны на примесный уровень. Собственная фотопроводимость наблюдается только

вблизи красной границы фотоэффекта $\lambda_{кр}$, которой соответствует минимальная энергия фотона, достаточная для перехода электрона через запрещённую зону.

Процесс поглощения фотонов в полупроводниках характеризуется *квантовым выходом* β , равным отношению числа образовавшихся электронов (или дырок) к числу поглощённых квантов света. Количество поглощённой энергии $dI(x)$ пропорционально интенсивности падающего света I и толщине слоя поглощения dx ,

$$dI(x) = -\alpha \cdot I \cdot dx, \quad (8.4)$$

откуда

$$I(x) = I_0 \cdot \exp(-\alpha x). \quad (8.5)$$

С учётом отражения, получаем *закон Бугера-Ламберта*:

$$I(x) = I_0 (1 - R) \cdot \exp(-\alpha \cdot x), \quad (8.6)$$

где I_0 — первоначальная интенсивность излучения,

α — коэффициент поглощения света,

R — коэффициент отражения.

С ростом концентрации генерируемых носителей в поглощающем слое увеличивается скорость поверхностной рекомбинации, что приводит к уменьшению времени жизни носителей заряда и постепенному уменьшению фотопроводимости до стационарной, при которой скорости генерации носителей и их рекомбинации становятся равными. При этом состояние равновесия будет описываться уравнением

$$\frac{d\Delta n}{dt} = g - \frac{\Delta n}{\tau}, \quad (8.7)$$

где Δn — концентрация избыточных носителей заряда, равная $n - n_0$,

n_0 — равновесная концентрация носителей,

g — количество электронов, генерируемых светом в единицу времени,

τ — время жизни неравновесных носителей заряда.

Тогда

$$\Delta n = \Delta n_{ст} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right], \quad (8.8)$$

где $\Delta n_{ст}$ — стационарное значение концентрации генерируемых электронов, равное $\Delta n = g\tau$.

После прекращения освещения $g = 0$, и уравнение (8.7) принимает вид

$$\frac{d\Delta n}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau}. \quad (8.9)$$

Откуда

$$\Delta n = \Delta n_{\text{ст}} \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]. \quad (8.10)$$

Уравнение (8.10) описывает процесс *рекомбинации носителей* и возвращение полупроводника в *равновесное состояние*.

8.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 8

Пример 1.

Фотокатод имеет работу выхода 2,08 эВ и спектральную чувствительность $S = 20$ мкА/лм при освещении его монохроматическим светом с $\lambda = 546$ нм. Считая, что световой поток 625 лм на этой длине волны равен 1 Вт, вычислить: а) пороговую частоту; б) запирающий потенциал; в) квантовый выход.

Решение.

а) Пороговая частота находится из условия (8.3)

$$h\nu_0 = A.$$

Откуда

$$\nu_0 = \frac{A}{h} = \frac{2,08 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 502 \cdot 10^{12} \text{ Гц.}$$

Пороговая длина волны

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \cdot 10^9}{502 \cdot 10^{12}} = 598 \text{ нм.}$$

б) Запирающий потенциал можно найти из формулы Эйнштейна (8.2)

$$qU_0 = h\nu - A = E - A.$$

Энергия падающей волны определяется по формуле

$$E = \frac{hc}{\lambda} [\text{Дж}] = \frac{1,24}{\lambda [\text{мкм}]} [\text{эВ}].$$

Получим $E = 2,27$ эВ.

Тогда

$$U_0 = \frac{E - A}{q} = 2,27 - 2,08 = 0,19 \text{ В.}$$

в) Квантовый выход определяется как отношение числа испускаемых электронов и числу падающих на катод фотонов в единицу времени

$$\beta = \frac{n_e}{n_\delta}.$$

Если мощность излучения $P = 1$ Вт, а энергия одного кванта $E = h\nu = 3,642 \cdot 10^{-19}$ Дж, то

$$n_{\delta} = \frac{P}{h\nu} = 2,75 \cdot 10^{18}.$$

Число электронов, испускаемых фотокатодом за 1 с, можно определить из выражения для фотоэлектрического тока

$$I = n_e \cdot q,$$

$$n_e = \frac{I}{q}.$$

Так как спектральная чувствительность S представляет собой величину тока, возникающего под действием единицы светового потока силой в 1 лм, то

$$n_e = \frac{I}{q} = \frac{S \cdot 625}{q} = 7,81 \cdot 10^{16},$$

откуда

$$\beta = \frac{7,81 \cdot 10^{16}}{2,75 \cdot 10^{18}} = 0,028.$$

Пример 2.

Определить избыточную концентрацию носителей заряда в эпитаксиальном слое кремния толщиной $b = 20$ мкм при оптическом возбуждении монохроматическим излучением с интенсивностью $I = 10^{21} \text{ м}^{-2}\text{с}^{-1}$, если время жизни неравновесных носителей заряда $\tau = 10$ нс, а показатель собственного поглощения кремния на длине волны излучения $\alpha = 2000 \text{ м}^{-1}$. Квантовый выход внутреннего фотоэффекта β принять равным единице.

Решение.

Скорость оптической генерации g практически постоянна во всем объёме эпитаксиального слоя, поскольку $b \ll 1/\alpha$.

Тогда избыточная концентрация носителей заряда в установившемся режиме

$$\Delta n = \tau \cdot g = \tau \cdot \beta \cdot \alpha \cdot I = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 \cdot 10^{21} = 2 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$$

8.1. Найти работу выхода с поверхности металла, если при поочередном освещении его электромагнитным излучением с длинами волны $\lambda_1 = 0,35$ мкм и $\lambda_2 = 0,54$ мкм максимальные скорости фотоэлектронов отличаются в $\eta = 2,0$ раза.

8.2. Работа выхода для серебра $A = 4,28$ эВ. Определить, до какого потенциала зарядится серебряный шарик, если его облучать монохромати-

ческим излучением с длиной волны $\lambda = 10^{-7}$ м.

8.3. При некотором максимальном значении задерживающей разности потенциалов фототок с поверхности лития, освещаемой электромагнитным излучением с длиной волны λ_0 , прекращается. Изменив длину волны излучения в $n_1=1,5$ раза, установили, что для прекращения фототока необходимо увеличить задерживающую разность потенциалов в $n = 2,0$ раза. Вычислить λ_0 .

8.4. Какова должна быть ширина запрещённой зоны полупроводникового материала, чтобы длина волны рекомбинационного излучения приходилась на видимую область? Привести примеры таких полупроводников.

8.5. Определить энергию и скорость фотоэлектронов, вылетающих из медной пластины под действием гамма-лучей с длиной волны $0,5 \text{ \AA}$.

8.6. При освещении катода светом сначала с длиной волны 440 нм , а затем 680 нм обнаружили, что запирающий потенциал изменился в $3,3$ раза. Определить работу выхода электрона.

8.7. Для прекращения фотоэффекта с платиновой пластинки, имеющей работу выхода $6,3 \text{ эВ}$, нужно приложить задерживающую разность потенциалов $3,7 \text{ В}$. Если платиновую пластинку заменить пластинкой из другого металла, то задерживающую разность потенциалов требуется увеличить на $2,3 \text{ В}$. Определить работу выхода с поверхности этой пластинки.

8.8. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна 307 нм и максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов равна 1 эВ ?

8.9. Определить красную границу фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности светом с длиной волны $\lambda = 400 \text{ нм}$ максимальная скорость электронов $v_{\max} = 6,5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

8.10. При облучении поверхности металла длину волны изменили с 490 нм до 450 нм , при этом максимальная скорость фотоэлектронов увеличилась в 3 раза. Определить работу выхода электронов из металла, выразив её в эВ.

8.11. Запирающий потенциал для фотоэлектронов, испускаемых с поверхности цинковой пластинки при облучении её поверхности светом с длиной волны $\lambda = 185 \text{ нм}$, равен $2,42 \text{ В}$. Чему равен запирающий потенциал при облучении светом с $\lambda = 400 \text{ нм}$?

8.12. Излучение гелиево-кадмиевого лазера мощностью 50 мВт с длиной волны 325 нм выбивает электроны с поверхности цезия, запирающий потенциал при этом равен $1,91 \text{ В}$. Определить работу выхода для цезия (в эВ) и значение запираю-

щего потенциала, если мощность падающего излучения уменьшится до 10 мВт.

8.13. При определении работы выхода с поверхности металла посредством фотоэффекта были получены значения запирающих потенциалов 0,26 В при облучении светом с длиной волны $\lambda_1 = 662$ нм и 0,58 В при $\lambda_2 = 565$ нм. Вычислить постоянную Планка и работу выхода этого материала.

8.14. Вычислить энергии фотонов: а) в ультрафиолетовой области спектра ($\lambda_1 = 250$ нм и $\lambda_2 = 330$ нм); б) жёлтого света ($\lambda = 519$ нм); в) красного света ($\lambda = 644$ нм). Свет падает на поверхность натрия, работа выхода которого равна 2,11 эВ. Найти максимальные скорости фотоэлектронов, если длина волны падающего света принимает указанные выше значения.

8.15. На поверхность калия падает свет с $\lambda = 350$ нм. Определить: а) кинетическую энергию эмиттированных электронов; б) запирающий потенциал (U_3). Вычислить, насколько изменится запирающий потенциал, если длина волны света уменьшится до 348 нм.

8.16. Пучок ультрафиолетовых лучей с длиной волны $\lambda = 100$ нм передаёт фотоэмиссионной поверхности мощность 10^{-6} Вт. Какой будет электрический ток с поверхности, если 1% падающих фотонов выбивают фотоэлектроны?

8.17. Коэффициент поглощения γ – излучения в свинце равен $1,5 \text{ см}^{-1}$. Найти толщину слоя свинца, в котором интенсивность уменьшается в 50 раз.

8.18. При $T = 300$ К для монохроматического излучения с длиной волны 1 мкм показатель поглощения кремния $\alpha = 10^4 \text{ м}^{-1}$, а коэффициент отражения излучения $R = 0,3$. Определить, какая доля потока излучения $I(x)$ пройдет через пластинку кремния толщиной $x = 300$ мкм при нормальном падении лучей.

8.19. Вычислить толщину слоя половинного поглощения пучка γ – лучей для воды, если линейный коэффициент поглощения $\alpha = 0,047 \text{ см}^{-1}$.

8.20. Красная граница фотопроводимости чистого полупроводника $\lambda_{\text{кр}} = 1,71$ мкм. Определить температурный коэффициент удельного сопротивления материала $\alpha_p = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt}$ при комнатной температуре.

8.21. Воспользовавшись решением примера 2, найти относительное изменение удельной проводимости кремния под действием оптического возбуждения, если удельное сопротивление материала в темноте $\rho_T = 0,2 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, а подвижность электронов и дырок 0,14 и 0,05 $\text{м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ соответственно.

8.22. На полупроводниковую пластинку площадью $S = 0,8$ мм падает

поток монохроматического излучения с длиной волны $\lambda = 700$ нм плотностью 10 мкВт/м. Считая, что каждый поглощённый фотон создаст лишь одну пару носителей заряда, определить число электронно-дырочных пар, генерируемых в объёме полупроводника в одну секунду. Как изменится скорость оптической генерации, если длина волны λ изменится вдвое?

8.23. Сколько электронов и дырок образуется в кристалле при поглощении световой энергии 10^{-4} Дж с длиной волны 200 нм? Какой заряд (в кулонах) потечёт по внешней цепи кристалла, если квантовый выход равен единице?

8.24. Вычислите относительное изменение проводимости полупроводника при стационарном освещении с интенсивностью $I = 5 \cdot 10^{19}$ квантов на 1 м^2 в 1 сек. Коэффициент поглощения $\alpha = 10^{-4} \text{ м}^{-1}$; $n_0 = 10^{21} \text{ м}^{-3}$; τ_n — время жизни носителей заряда — $2 \cdot 10^4$ с; квантовый выход $\beta = 1$.

8.25. Излучение длиной волны $\lambda = 560$ нм падает на полупроводниковую пластинку площадью 1 мм. Плотность потока 25 мкВт/ м^2 , квантовый выход $\beta = 1$. Определить, как изменится скорость генерации, если плотность потока излучения уменьшится вдвое.

8.26. Определить отношение числа носителей заряда, проходящих в единицу времени через электроды фоточувствительного полупроводника, к числу фотонов, поглощаемых полупроводником за тот же промежуток времени, если известно, что при полном поглощении монохроматического излучения ($\lambda = 565$ нм) мощностью 100 мкВт фототок составляет 10 мА. Квантовый выход $\beta = 1$.

8.27. Определить отношение удельных проводимостей плёнки сульфида кадмия n – типа толщиной 100 мкм в темноте и при однородном оптическом возбуждении γ -излучением интенсивностью $I_0(I - R) = 10^{20} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$, если равновесная концентрация электронов в образце $n_0 = 10^{19} \text{ м}^{-3}$, показатель поглощения $\alpha = 10^2 \text{ м}^{-1}$, а время жизни неравновесных носителей заряда $\tau_n = 10$ мс. Вкладом дырок в фотопроводимость пренебречь. Квантовый выход $\beta = 1$.

8.28. Определить время жизни τ электронно-дырочных пар, если в момент времени $t_1 = 10^{-4}$ с после выключения оптической генерации концентрация неравновесных носителей оказалась в 10 раз больше, чем в момент времени $t_2 = 10^{-3}$ с.

8.29. Избыточная концентрация носителей заряда в полупроводнике составила 10^{20} м^{-3} . Начальная скорость уменьшения концентрации $5 \cdot 10^{23} \text{ с}^{-3}$. Определить избыточную концентрацию через 2 мс после прекращения внешнего воздействия.

8.30. Электромагнитное излучение с длиной волны $\lambda = 30$ мкм падает на фотоэлемент, находящийся в режиме насыщения. Спектральная чувствительность фотоэлемента $S = 4,8$ мА/Вт. Найти квантовый выход фотоэлектронов.

8.3. Теоретические вопросы к теме 8

8.1. Перечислить и дать объяснения характерным оптическим свойствам металлов.

8.2. Получить формулу Бугера-Ламберта. Объяснить физический смысл входящих в неё величин.

8.3. Что характеризует коэффициент поглощения α . Что означает $\alpha = 200 \text{ см}^{-1}$, $\alpha = 1$, $\alpha < 1$, $\alpha > 1$?

8.4. Показать на зонной диаграмме основные механизмы оптического поглощения и сопоставить с энергетическим спектром коэффициента поглощения $\alpha(E)$.

8.5. Привести зависимость коэффициента поглощения α от длины волны падающего излучения λ с учётом всех механизмов поглощения.

8.6. Указать на спектральной зависимости коэффициента поглощения $\alpha(E)$ значения, соответствующие E_g , E_d , E_a , E_{ex} .

8.7. Объяснить отличие прямых переходов от непрямых. Записать правила отбора для прямых и непрямых переходов.

8.8. Дать определение фонона. Объяснить необходимость участия фонона в непрямых переходах.

8.9. Какие переходы более вероятны и почему? Как зависит вероятность прямых и непрямых переходов от температуры?

8.10. В чём заключается механизм примесного поглощения? При каких условиях оно наблюдается? Объяснить различие в значениях коэффициентов α при собственном поглощении и при примесном.

8.11. Привести зависимость коэффициента поглощения α от E для случая примесного поглощения. Объяснить.

8.12. Что такое экситон? Может ли экситон перемещаться в объёме полупроводника? Может ли экситон участвовать в процессе токопереноса? Где расположены уровни поглощения экситона? Показать на энергетической диаграмме.

8.13. Объяснить механизм поглощения свободными носителями. На что затрачивается энергия фотонов при поглощении? Как влияет подвижность носителей заряда на величину α ? Почему?

8.14. Объяснить механизм поглощения на оптических колебаниях кристаллической решётки. Привести зависимость $\alpha(E)$ для этого случая.

8.15. Какие из рассмотренных механизмов поглощения и как влияют на электропроводность собственного полупроводника?

8.16. На какие механизмы поглощения и при каких условиях влияет рост концентрации примеси полупроводника?

8.17. В чём заключается эффект Франца-Келдыша?

8.18. Какую энергию требуется сообщить электрону, находящемуся вблизи середины валентной зоны, чтобы перевести его в зону проводимости прямого полупроводника? Показать на диаграмме $E(\vec{k})$.

8.19. В каком диапазоне оптического излучения происходит поглощение на оптических колебаниях решётки. Ответ обосновать.

8.20. В чём заключается явление фотопроводимости? Какие из известных механизмов поглощения света в полупроводниках обуславливают рост фотопроводимости, а какие ведут к её уменьшению? При каких условиях?

8.21. Почему с увеличением энергии падающего излучения фотопроводимость полупроводников уменьшается?

8.22. До каких пор будет происходить рост носителей заряда в полупроводнике под действием прямоугольных импульсов света? От каких параметров импульса и каким образом зависит концентрация избыточных носителей заряда?

8.23. В чём заключается излучательная и безызлучательная рекомбинация в полупроводниках? Охарактеризовать условия их протекания.

8.24. Почему в обычных полупроводниках маловероятны как излучательная, так и безызлучательная рекомбинации?

8.25. Почему чистые диэлектрики оптически прозрачны?

8.26. Чем определяется окраска диэлектриков?

8.27. В чём заключается эффект Дембера?

8.28. Расположить в порядке возрастания величины E_g полупроводники жёлтого, красного и оранжевого цвета. Дать обоснование ответа.

8.29. Какова роль p-n – перехода в фотовольтаическом эффекте?

8.30. Как влияет на величину фотопроводимости полупроводников увеличение количества примесей, энергетические уровни которых образуют уровни ловушек?

Тема 9. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОНТАКТОВ МАТЕРИАЛОВ

9.1. Краткие теоретические сведения

В электронике находят применение контакты *металл – металл, металл – полупроводник, металл – диэлектрик, полупроводник – полупроводник, полупроводник – диэлектрик, диэлектрик – диэлектрик*. Между контактирующими материалами при этом возникает *переходное сопротивление*, определяющее свойства самого контакта.

Между электронами проводимости кристалла и ионами решётки имеются определённые силы связи, поэтому потенциальная энергия этих электронов намного меньше энергии свободных электронов в вакууме ($E = 0$). Следовательно, электроны в кристалле находятся в *потенциальной яме*, для выхода из которой необходимы затраты энергии по преодолению сил, действующих на них со стороны кристалла. Энергию, которую нужно сообщить электрону, чтобы он покинул кристалл, называют *работой выхода* электрона A . Эту энергию электрон может приобрести за счёт внутренней тепловой энергии самого кристалла или же под действием внешней энергии. Для характеристики работы выхода используют термодинамическую (изотермическую) работу выхода, отсчитываемую от уровня Ферми (рис. 9.1).

При образовании контакта происходит преимущественный переход электронов из материала с меньшей работой выхода в материал, в котором работа выхода больше. В обычных условиях обмен электронами между контактирующими материалами производится за счёт внутренней тепловой энергии. При плотном контакте, когда напротив заполненных энергетических уровней одного материала находятся свободные уровни другого материала, переход элек-

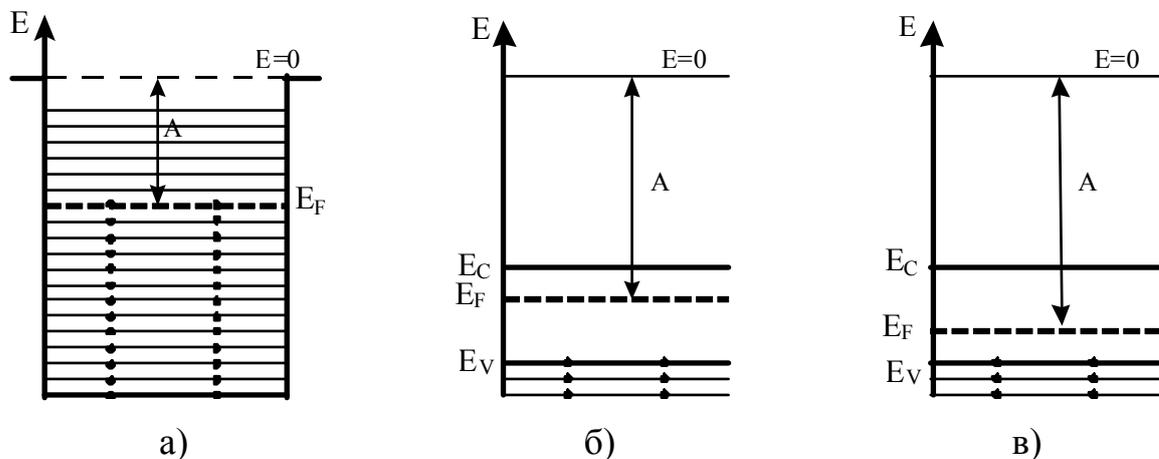


Рисунок 9.1. Определение термодинамической работы выхода A :

а) – для случая металла; б) – для полупроводника n-типа;

в) – для полупроводника p-типа

тронов может осуществляться также посредством *туннельного эффекта*. При $T = 0$ К такой способ обмена электронами является единственно возможным.

Контакт металл – металл

Рассмотрим плотный контакт двух металлов M_1 и M_2 с разными работами выхода A_1 и A_2 (рис. 9.2).

В первоначальный момент времени поток электронов n_{12} будет значительно больше, чем поток n_{21} . При этом M_1 заряжается положительно (в нём остаются нескомпенсированные ионы), а M_2 — отрицательно. Электрон, переходящий из M_1 в M_2 , переносит заряд минус q , создавая разность потенциалов между металлами

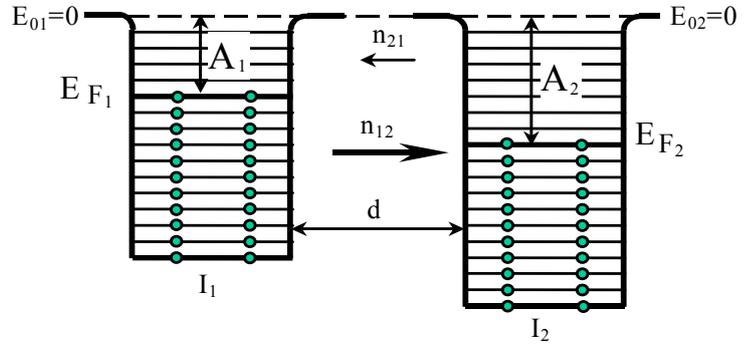


Рисунок 9.2. Потоки электронов n_{12} и n_{21} при контакте двух металлов в начальный момент времени

на контакте минус U . Последующие электроны должны преодолевать возникающий *потенциальный барьер*, равный минус qU , величина которого непрерывно увеличивается с ростом числа перешедших в M_2 электронов. Работа, совершаемая электронами по преодолению энергетического барьера минус qU , переходит в потенциальную энергию электронов, в результате чего все энергетические уровни в M_1 опускаются, а в M_2 поднимаются (рис. 9.3).

Этот процесс будет происходить до тех пор, пока уровни Ферми в M_1 и M_2 не установятся на одной высоте. После чего против заполненных уровней M_1 окажутся заполненные уровни M_2 с той же плотностью электронов. При этом потенциальный барьер для электронов, движущихся слева направо, станет равным потенциальному барьеру для электронов, движущихся из M_2 в M_1 , и поток n_{12} станет равным n_{21} .

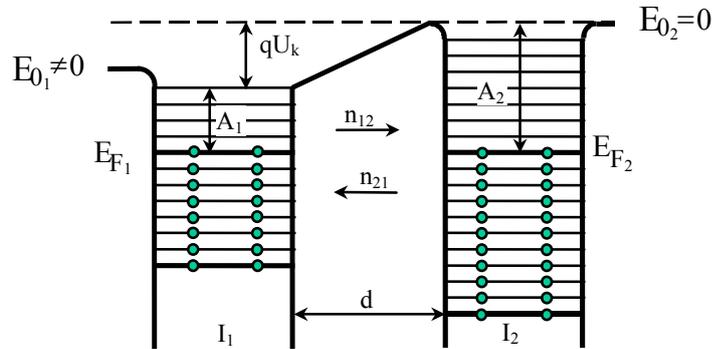


Рисунок 9.3. Энергетическая диаграмма контакта двух металлов в равновесном состоянии

Между металлами устанавливается *равновесие*, которому отвечает возникновение *контактной разности потенциалов*

$$U_k = \frac{A_2 - A_1}{q}. \quad (9.1)$$

Величина U_k составляет от 0,1 до нескольких вольт.

Концентрацию поверхностных электронов N , участвующих в образовании U_k , можно определить следующим образом. Напряжённость поля на контакте толщиной d равна

$$E = \frac{U_k}{d} = \frac{A_2 - A_1}{qd}. \quad (9.2)$$

Так как поверхностная плотность заряда $\rho = \varepsilon_0 E$, то

$$N = \frac{\rho}{q} = \frac{(A_2 - A_1)\varepsilon_0}{q^2 d}. \quad (9.3)$$

Из-за большой концентрации носителей заряда в металлах в создании U_k участвуют всего около 1% электронов, находящихся на поверхности металла. В результате, толщина образующегося *двойного электрического слоя* d будет очень мала — порядка постоянной кристаллической решётки, и удельное сопротивление этого слоя не будет отличаться от удельного сопротивления остального объёма металлов. Через такой слой ток проходит одинаково хорошо в обоих направлениях, т. е. выпрямляющее действие контакта отсутствует.

Контакт металл – полупроводник

На границе металла с полупроводником возможны как *выпрямляющие*, так и *невыпрямляющие* контакты. Это определяется типом проводимости полупроводника (n или p) и соотношением работ выхода контактирующих материалов.

Рассмотрим контакт металла с полупроводником донорного типа (n – типа), когда $A_{n/p} < A_M$ (рис. 9.4).

При приведении в контакт электроны будут переходить из полупроводника в металл, заряжая его отрицательно. В полупроводнике при этом остается нескомпенсированный положительный объёмный заряд неподвижных ионов донорной примеси и он заряжается положительно. В результате все энергетические уровни полупроводника будут понижаться относительно уровней металла до тех пор, пока в системе металл – полупроводник не установится *единый уровень Ферми* (рис. 9.5).

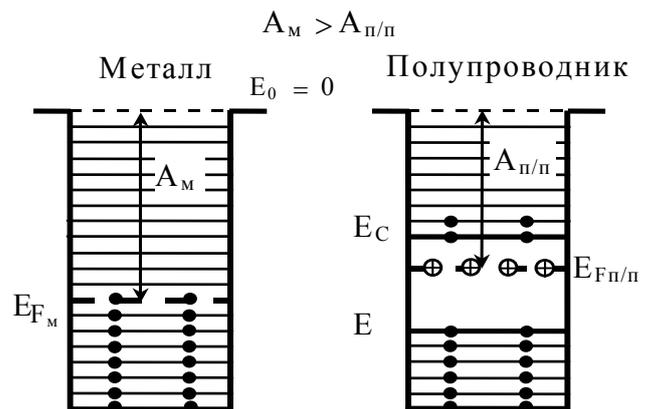


Рисунок 9.4. Энергетические диаграммы металла и полупроводника n – типа до приведения в контакт; $A_{n/p} < A_M$

Между полупроводником и металлом возникнет электрическое поле, тормо-

зущее дальнейший переход электронов в металл. Поле оттесняет электроны в полупроводнике от контакта и приповерхностный слой полупроводника обедняется основными носителями — электронами. В результате, приповерхностный слой полупроводника будет обладать большим сопротивлением, из-за чего его называют запертым. Сам контакт при этом является *выпрямляющим* и носит название *барьера Шоттки*.

Процесс выравнивания уровней Ферми сопровождается возникновением контактной разности потенциалов U_k :

$$U_k = \frac{(A_m - A_{n/p})}{q}. \quad (9.4)$$

Так как концентрация носителей заряда в металле значительно больше, чем в полупроводнике, где плотность свободных электронов ограничена концентрацией введенной примеси, то практически всё контактное поле будет сосредоточено не в зазоре, а в слое объёмного заряда полупроводника.

Ширина обеднённого слоя в полупроводнике (шириной контактного слоя в металле пренебрегают вследствие его малости) может быть определена из выражения

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 U_k}{q \cdot n_{n_0}}}. \quad (9.5)$$

Электрическое сопротивление *контакта Шоттки* зависит от полярности приложенного напряжения. Напряжение, поданное минусом на полупроводник, а плюсом на металл, является прямым: суммарное тормозящее поле в контакте уменьшается и возникает значительный ток электронов из полупроводника в металл. *Вольт-амперная характеристика (ВАХ) контакта Шоттки* очень похожа на ВАХ p-n – перехода. Приборы с барьером Шоттки отличаются высоким быстродействием, поскольку их работа основана на переносе основных носителей: в них отсутствует накопление заряда неосновных носителей, время рассасывания которых ограничивает быстродействия прибора.

Если полупроводник n – типа, а $A_m < A_{n/p}$ (рис. 9.6), то электроны переходят из металла в полупроводник и в приконтактной области полупроводника образуется *антизапирающий* слой с малым удельным сопротивлением, обогащённый основными носителями заряда.

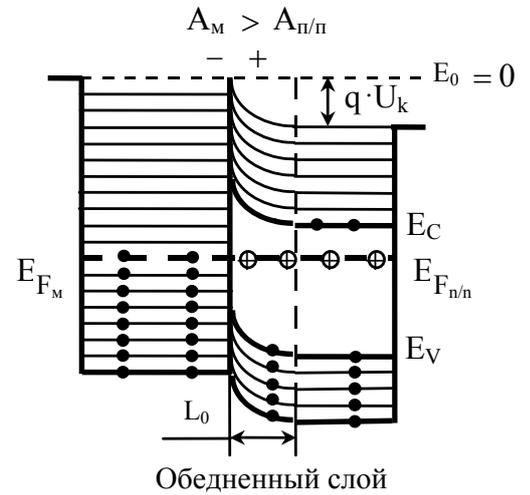


Рисунок 9.5. Энергетическая диаграмма выпрямляющего контакта металл – полупроводник n – типа

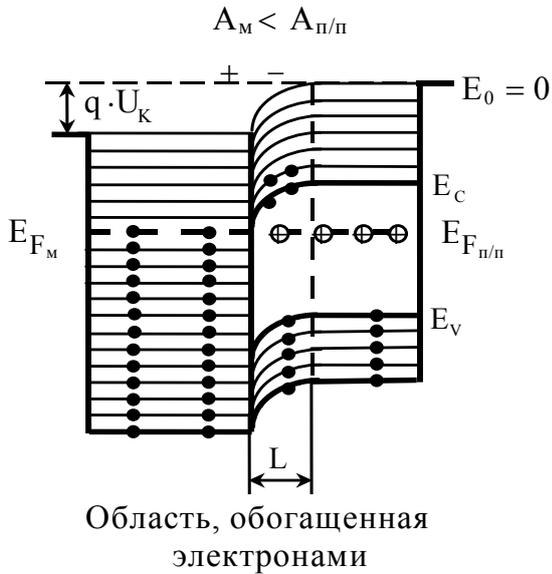


Рисунок 9.6. Энергетическая диаграмма невыпрямляющего контакта металл – полупроводник n – типа

При приложении к такому контакту электрического поля всё напряжение будет падать не в металле, т. к. там концентрация носителей заряда велика, и не на контакте (слой обогащен электронами), а в объеме полупроводника. Но сопротивление объема полупроводника не зависит от направления внешнего поля. Поэтому такой контакт называется невыпрямляющим или *омическим*.

В случае контакта металла с акцепторным полупроводником, контакт Шоттки возникает, если $A_{п/п} > A_m$. Если же $A_{п/п} < A_m$, то контакт будет омическим, т. к. в этом случае при переходе электронов из полупроводника в металл, в полупроводнике образуется слой, обогащенный дырками.

Область соприкосновения двух полупроводников с различными типами проводимости называется *электронно-дырочным переходом* (р-n – переходом).

Концентрация дырок в р – области намного выше их концентрации в n-области, точно также концентрация электронов в n-области намного выше их концентрации в р – области. Такое различие в концентрациях однотипных носителей в контактирующих областях полупроводника приводит к возникновению *диффузионных токов* электронов из n – области в р – область и дырок из р – области в n – область. Электроны, перешедшие из n – области в р – область, рекомбинируют вблизи границы раздела этих областей с дырками р – области, точно так же дырки, перешедшие из р- в n – область, рекомбинируют здесь с электронами этой области. В результате этого в приконтактном слое n – области практически не остается свободных электронов и в ней формируется объемный положительный заряд ионизированных доноров (рис. 9.3). В приконтактном слое р – области практически не остается дырок и в нём формируется неподвижный объемный отрицательный заряд ионизированных акцепторов. Этот двойной слой создает *контактное электрическое поле* с разностью потенциалов

$$U_k = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{n_{n_0}}{n_{p_0}}\right) = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{n_{n_0} \cdot p_{p_0}}{n_i^2}\right) = \frac{q}{2 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} (d_n^2 n_{n_0} + d_p^2 p_{p_0}), \quad (9.6)$$

где n_{n_0} и p_{p_0} — концентрации основных носителей заряда в n- и р – областях соответственно;

d_n и d_p — ширина области объёмного заряда по обеим сторонам раздела электронного и дырочного полупроводников соответственно.

Если переход симметричный, т. е. $d_p = d_n$, то его ширина будет равна

$$d = d_p + d_n = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot U_k \cdot (n_{n_0} + p_{p_0})}{q \cdot n_{n_0} \cdot p_{p_0}}}. \quad (9.7)$$

Образовавшееся поле $E_k = U_k/d$ препятствует дальнейшему встречному движению электронов и дырок и соответствует выравниванию уровней Ферми в обоих полупроводниках. Равновесный контактный слой обладает повышенным сопротивлением по сравнению с сопротивлением основных объёмов полупроводников и называется *запирающим*.

При подаче на переход внешнего напряжения U меняются высота потенциального барьера и ширина объёмного заряда

$$d = \sqrt{\frac{2\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot (U_k \pm U) \cdot (n_{n_0} + p_{p_0})}{q \cdot n_{n_0} \cdot p_{p_0}}}. \quad (9.8)$$

Здесь знак "+" соответствует подаче на переход обратного напряжения, знак "-" — прямого. Выражение имеет смысл при прямых напряжениях $0 < U < U_k$.

В несимметричном p-n – переходе концентрация примесей в одной области много меньше, чем в другой. Поэтому, полагая, например, $n_{n_0} \ll p_{p_0}$, получаем

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 (U_k \pm U)}{q \cdot N}}, \quad (9.9)$$

где N — концентрация примесей в слабелегированной области.

Ток через выпрямляющий переход (вольт-амперная характеристика) описывается выражением

$$I(U) = q \cdot S \left(\frac{D_p}{L_p} \cdot p_{n_0} + \frac{D_n}{L_n} \cdot n_{p_0} \right) \cdot \left(\exp \frac{U}{kT} - 1 \right), \quad (9.10)$$

где p_{n_0} и n_{p_0} — концентрации неосновных носителей на границах перехода,

D_p и D_n , L_p и L_n — соответственно коэффициенты диффузии и диффузионные длины неосновных дырок и электронов,

S — площадь контакта (перехода).

При достаточно больших обратных напряжениях ток через переход не зависит от приложенного напряжения и принимает постоянное значение

$$I_0 = q \cdot S \cdot \left(\frac{D_p}{L_p} p_{n_0} + \frac{D_n}{L_n} n_{p_0} \right). \quad (9.11)$$

Этот ток называется *током насыщения* или *тепловым током*.

Поскольку по обе стороны перехода имеет место смещение (скопление) разноимённых электрических зарядов, то это свидетельствует о том, что переход обладает некоторой ёмкостью. Обычно её называют барьерной. Оценить величину *барьерной ёмкости* можно, пользуясь формулой для расчёта ёмкости плоского конденсатора

$$C_{\text{бар}} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d}. \quad (9.12)$$

Тогда для симметричного p-n – перехода

$$C_{\text{бар}} = S \cdot \sqrt{\frac{q \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot n_{n_0} \cdot p_p}{2(n_n + p_n) \cdot (U_k \pm U)}}, \quad (9.13)$$

а для несимметричного

$$C_{\text{бар}} = S \cdot \sqrt{\frac{q \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot N}{2(U_k + U)}}. \quad (9.14)$$

9.2. Задачи для индивидуальной работы к теме 9

9.1. Определить контактную разность потенциалов, возникающую при соприкосновении двух металлов с концентрациями свободных электронов: $n_1 = 5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ и $n_2 = 1 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$.

9.2. Зазор между пластинами плоского конденсатора $d = 1 \text{ мм}$. Одна из пластин изготовлена из платины; (для которой работа выхода электрона $A = 5,29 \text{ эВ}$), другая — из алюминия (для которого $A = 3,74 \text{ эВ}$). Пластины закорочены медным проводом. Какова будет напряжённость E электрического поля между пластинами? Как будет направлено поле?

9.3. Определить толщину запирающего слоя в контакте металла с полупроводником n-типа, если равновесная контактная разность потенциалов составляет $0,5 \text{ эВ}$, а концентрация доноров 10^{24} м^{-3} . Относительную диэлектрическую проницаемость полупроводника принять равной 10.

9.4. Разность работ выхода двух металлов составляет 2 эВ , толщина контактной зоны $3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Вычислить, сколько электронов переместится на участке граничной поверхности площадью $1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

9.5. В германиевом диоде удельное сопротивление n -области при 300 К составляет 10^{-4} Ом·м, p -области 10^{-2} Ом·м. Определить контактную разность потенциалов на p - n -переходе, если концентрация собственных носителей $n_i = 2 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$, а подвижность дырок и электронов $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$; $\mu_n = 0,38 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

9.6. Определить величину контактной разности потенциалов в p - n -переходе, если концентрации носителей в n - и p -германии одинаковы и равны 10^{22} м^{-3} , температура перехода 300 К.

9.7. Определить напряжённость поля в зазоре между металлом и полупроводником, если $A_m = 5,3$ эВ, $A_n = 6,2$ эВ, а толщина зазора $d = 50$ мкм.

9.8. Имеется кремниевый p - n -переход с концентрацией примесей $N_d = 10^3 N_a$, причём на каждые 10^8 атомов кремния приходится один атом акцепторной примеси. Определить контактную разность потенциалов при температуре $T = 300$ К. Концентрации атомов кремния N и ионизированных атомов n_i принять равными $5 \cdot 10^{22}$ и 10^{10} см^{-3} , соответственно.

9.9. Удельное сопротивление p -области кремниевого полупроводника $\rho_p = 20$ Ом·см, а удельное сопротивление n -области 4 Ом·см. Вычислить высоту потенциального барьера p - n -перехода при $T = 300$ К. Концентрацию собственных носителей заряда принять $n_i = 10^{10} \text{ см}^{-3}$, а подвижности носителей заряда $\mu_n = 0,14 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ и $\mu_p = 0,05 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

9.10. Вычислить для температуры 300°C контактную разность потенциалов p - n -перехода, сформированного в фосфиде индия, если равновесные концентрации носителей заряда в p - и n -области одинаковы и равны 10^{17} см^{-3} , а собственная концентрация $n_i = 10^{13} \text{ см}^{-3}$.

9.11. В структуре с кремниевым p - n -переходом удельное сопротивление p -области $\rho_p = 10^{-4}$ Ом·см, а удельное сопротивление n -области $\rho_n = 10^{-2}$ Ом·см. Вычислить контактную разность потенциалов, если подвижности дырок $\mu_p = 0,05 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ и электронов $\mu_n = 0,13 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, а собственная концентрация $n_i = 1,38 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$.

9.12. Концентрация доноров и акцепторов в n -области и p -области резкого p - n -перехода соответственно равны $5 \cdot 10^{22}$ и $5 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$. Определить контактную разность потенциалов и плотность обратного тока насыщения, полагая, что при комнатной

температуре коэффициенты диффузии для неосновных электронов и дырок составляет 10^4 и $5 \cdot 10^3 \text{ м}^2/\text{с}$ соответственно, а диффузионная длина $L_n = L_p = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Собственную концентрацию носителей заряда считать равной 10^{19} м^{-3} .

9.13. В монокристалле полупроводника длиной 0,2 мм и площадью поперечного сечения $S = 10^{-6} \text{ м}^2$ образован p-n – переход. На торцах кристалла сформированы омические контакты для подключения внешнего напряжения, граница между n- и p – областями расположена посередине. Удельное сопротивление p – области $\rho_p = 4,2 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{см}$, время жизни неосновных носителей заряда в ней $\tau = 75 \text{ мкс}$. Удельное сопротивление n-области $\rho_n = 2,08 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, время жизни дырок в ней $\tau = 150 \text{ мкс}$. Определить: а) контактную разность потенциалов, б) обратный ток насыщения; в) долю тока, создаваемую дырками. При расчёте полагать, что в полупроводнике подвижность электронов $\mu_n = 0,3 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, подвижность дырок $\mu_p = 0,15 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, собственная концентрация носителей заряда при $T = 300 \text{ К}$ составляет $n_i = 2,5 \cdot 10^{-19} \text{ м}^{-3}$.

9.14. Структура с кремниевым p-n – переходом имеет удельную проводимость в p – области $\sigma_p = 10^3 \text{ См/м}$ и удельную проводимость n – области $\sigma_n = 20 \text{ См/м}$. Время жизни неосновных носителей заряда 5 и 1 мкс в p- и n – областях соответственно. Определить: а) отношение дырочной составляющей тока в p-n – переходе к электронной; б) плотность обратного тока насыщения и плотность тока через p-n – переход при прямом напряжении 0,3 В. Расчёт производить для температуры $T = 300 \text{ К}$, полагая, что собственная концентрация носителей заряда $n_i = 1,4 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$, подвижность электронов $\mu_n = 0,12 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, подвижность дырок $\mu_p = 0,05 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

9.15. P- и n – области диода с резким кремниевым переходом имеют удельное сопротивление 0,013 Ом·см и 44,5 Ом·см соответственно. В условиях термодинамического равновесия при комнатной температуре определить высоту потенциального барьера. Исходные данные: $\mu_p = 480 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$; $\mu_n = 400 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$; $n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$.

9.16. Имеется германиевый ($\epsilon = 16$) p-n – переход, легированный примесями с концентрацией $N_a = 5 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$ и $N_d = 10^{23} \text{ м}^{-3}$. Вычислить: а) толщину области перехода, если максимальная напряжённость электрического поля в ней составляет 10 В/м; б) контактную разность потенциалов.

9.17. Имеется германиевый диод со следующими параметрами: $N_a = 10^{18} \text{ см}^{-3}$;

$N_d = 10^{16} \text{ см}^{-3}$; $S = 10^{-3} \text{ см}^2$; $D_p = 40 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$; $T = 300 \text{ К}$; $n_i = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$; $d = 10^{-3} \text{ см}$, где d — толщина обеднённой области. Вычислить: а) равновесные концентрации носителей в р- и n – областях; б) контактную разность потенциалов; в) обратный ток насыщения I_0 , пренебрегая вкладом электронного тока (так как $N_a \gg N_d$).

9.18. Ток, проходящий через р-n – переход при большом обратном напряжении и $T = 300 \text{ К}$, равен а) 1 мкА; б) 1 нА. Вычислить прямое напряжение на р n переходе при токе 1 мА,

9.19. Определить при температуре $T = 300 \text{ К}$ контактную разность потенциалов кремниевого р-n – перехода, если концентрация примесей $N_a = 2 \cdot 10^{13}$ и $N_d = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Концентрацию собственных носителей принять $n_i = 10^{10} \text{ см}^{-3}$.

9.20. Резкий р-n – переход имеет площадь поперечного сечения $S = 1 \text{ мм}^2$. Область р сильно легирована, так что её удельное сопротивление в несколько раз меньше удельного сопротивления n – области. Удельное сопротивление n – области 5 Ом/см, а время жизни неосновных носителей заряда в ней 50 мкс. Определить обратный ток р-n – перехода и прямое напряжение при токе 1 мА. Подвижность электронов при $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$; $n_i = 10^{14} \text{ м}^{-3}$.

9.21. При прямом напряжении 0,1 В на р-n – переходе через него проходит определённый ток. Каким должно быть прямое напряжение, чтобы ток увеличился в 2 раза? Расчёт провести для комнатной температуры ($T = 300 \text{ К}$).

9.22. Какое напряжение необходимо приложить к р-n – переходу при $T = 300 \text{ К}$, чтобы прямой ток через него был равен обратному току насыщения. При каком прямом напряжении прямой ток $I_{пр} = 100 \cdot I_0$?

9.23. В кремниевом резком р-n – переходе n – область имеет удельное сопротивление $\rho_n = 5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$, время жизни неосновных носителей заряда в ней $\tau = 1 \text{ мкс}$, для р-области: $\rho_p = 0,1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$; $\tau = 5 \text{ мкс}$. Найти отношение дырочной составляющей к электронной. Определить плотность тока, протекающего через переход при прямом напряжении 0,3 В. Подвижности электронов и дырок в кремнии при $T = 300 \text{ К}$ соответственно равны: $\mu_n = 0,14 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$; $\mu_p = 0,05 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, $n_i = 10^{13} \text{ м}^{-3}$.

9.24. Определить барьерную ёмкость р-n – перехода и толщину слоя объёмного заряда, если $N_d \gg N_a$, $N_a = 10^{22} \text{ м}^{-3}$, площадь перхода $S = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, контактная разность потенциалов $U_k = 0,5 \text{ В}$, $\epsilon = 16$, внешнее смещение отсутствует.

9.25. Лавинный пробой в кремниевом диоде происходит, когда напряжённость

электрического поля достигает 250 кВ/см. Вычислить напряжение пробоя при следующих исходных данных: $N_a = 10^{22} \text{ м}^{-3}$; $N_d = 10^{14} \text{ м}^{-3}$; $d_n = 90 \text{ мкм}$; $d_p = 10 \text{ мкм}$; $\epsilon = 12$.

9.26. Во сколько раз изменится барьерная ёмкость резкого p-n – перехода при увеличении обратного напряжения от 20 В до 100 В?

9.27. Если к резкому p-n – переходу приложить переменное напряжение амплитудой 0,5 В, то максимальная ёмкость перехода равна 2 пФ. Определить контактную разность потенциалов перехода, если при отсутствии внешнего напряжения ёмкость перехода равна 1 пФ.

9.28. Барьерная ёмкость p-n – перехода равна 200 пФ при обратном напряжении 2 В. Какое требуется обратное напряжение, чтобы она уменьшилась до 50 пФ, если контактная разность потенциалов $U_k = 0,85 \text{ В}$?

9.29. В равновесном состоянии высота потенциального барьера p-n – перехода равна 0,2 В, $N_d \gg N_a$, $N_a = 3 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-3}$; $\epsilon = 12$. Найти барьерную ёмкость p-n – перехода, соответствующую обратным напряжениям 0,1 В и 10 В, если $S = 1 \text{ мм}^2$. Вычислить ширину области пространственного заряда перехода для этих напряжений. Чему она будет равна при прямом напряжении 0,1 В?

9.30. Кремниевый p-n – переход ($\epsilon = 12$) имеет площадь сечения $S = 1 \text{ мм}^2$ и барьерную ёмкость 300 пФ при обратном напряжении 10 В. Определить максимальную напряжённость электрического поля в области пространственного заряда. Как изменится ёмкость, если обратное напряжение увеличить в два раза?

9.3. Теоретические вопросы к теме 9

9.1. Назвать и дать характеристику свойств различных видов контактов, используемых в микроэлектронике.

9.2. Дать определение работы выхода электрона из кристалла. Показать на энергетических диаграммах величину термодинамической работы выхода для случаев металла, полупроводника собственного и полупроводника легированного.

9.3. Чем обусловлено наличие сил, препятствующих выходу электрона из кристалла?

9.4. Дать определение термоэлектронной эмиссии и привести выражение для плотности термоэмиссионного тока.

9.5. В чём заключается эффект Шоттки для термоэлектронной эмиссии электронов. Привести рисунок.

9.6. Привести энергетическую диаграмму контакта двух металлов с различными работами выхода. Объяснить процессы, приводящие к установлению контактной разности потенциалов. Чем определяется величина контактной разности потенциалов?

9.7. Дать определение омического контакта. Почему контакт металл – металл называют омическим? При каких условиях он будет выпрямляющим? Записать уравнение ВАХ такого контакта.

9.8. Привести энергетическую диаграмму барьера Шоттки для полупроводника p – типа. Назвать основные характеристики такого контакта. Какими преимуществами обладают диоды Шоттки?

9.9. Описать процессы, протекающие при приложении к барьеру Шоттки прямого и обратного напряжений (для полупроводников n - и p – типов). Объяснить ВАХ выпрямляющего контакта.

9.10. Какими должны быть соотношения между работами выхода металла и полупроводников n - и p – типов, чтобы между ними образовался невыпрямляющий контакт? Привести энергетические диаграммы таких контактов. Дать объяснение протекающих процессов.

9.11. Какие контакты называют выпрямляющими, а какие невыпрямляющими? Что лежит в основе такой классификации? Привести примеры.

9.12. Привести классификацию p - n – переходов и описать основные способы их изготовления.

9.13. Охарактеризовать процессы установления стационарного состояния в равновесном p - n – переходе.

9.14. Какие процессы приводят к образованию области объёмного пространственного заряда (ОПЗ) в переходе? Что образует ОПЗ? Чем определяется его толщина?

9.15. Привести энергетические диаграммы p - n – перехода в равновесном состоянии и при подаче на него прямого и обратного напряжений.

9.16. Привести ВАХ p - n – перехода и объяснить зависимость тока при обеих полярностях включения.

9.17. Что такое гетеропереход? Привести энергетические диаграммы гетеропереходов.

- 9.18. В чём отличие ВАХ реального р-п – перехода от идеального?
- 9.19. Сравнить обратные ветви ВАХ р-п – перехода и диода Шоттки. Объяснить различия.
- 9.20. Описать возможные механизмы перехода носителей заряда из одного материала в другой при образовании контакта.
- 9.21. Какой контакт между двумя полупроводниками является омическим? Привести энергетическую диаграмму такого контакта. Объяснить.
- 9.22. Какими характерными особенностями обладают гетеропереходы? Где и почему находят применение гетеропереходы в микроэлектронике?
- 9.23. Сравнить по величине области пространственного заряда возникающего в контактах металл – металл, металл – полупроводник и в р-п – переходе.
- 9.24. В каких случаях образуются выпрямляющие контакты металла с полупроводником, а в каких невыпрямляющие? Привести энергетические диаграммы таких контактов для полупроводников n- и р – типов проводимости (4 диаграммы).
- 9.25. Почему при прикладывании к р-п – переходу обратного смещения величина обратного тока вначале возрастает, а затем остается неизменной.
- 9.26. Что называют пробоем р-п – перехода? Дать сравнительную характеристику различным механизмам пробоя и условий их возникновения.
- 9.27. Из полупроводниковых материалов с различными значениями запрещённых зон ($E_{g1} > E_{g2}$) по одной и той же технологии изготовили два диода. Привести рисунки ВАХ этих диодов и объяснить различия в ВАХ для прямого и обратного смещений.
- 9.28. Дать определения и сравнить свойства барьерной и диффузионной ёмкостей р-п – перехода.
- 9.29. Какой образуется контакт между металлом и полупроводником n-типа проводимости, если $A_M < A_{п/п}$? Ответ обосновать.
- 9.30. Какие факторы влияют на ВАХ диода Шоттки? Ответ обосновать.

Тема 10. ПРОВОДНИКОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ

10.1. Задачи для индивидуальной работы к теме 10

10.1. Вычислить удельную теплоёмкость меди при температуре 1000 К. Изобразите на графике, как будет изменяться удельная теплоёмкость меди при понижении температуры.

10.2. Пользуясь законом Видемана-Франца, определить отношение удельных теплопроводностей серебра и олова при температуре а) 20°C, б) 200°C. Принять, что при температуре 20°C удельное сопротивление серебра и олова равны соответственно 0,015 и 0,113 мкОм·м, а температурные коэффициенты удельного сопротивления соответственно $4,1 \cdot 10^{-3}$ и $4,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

10.3. Определить во сколько раз изменится удельная теплопроводность λ_T меди при изменении температуры от 20 до 200°C.

10.4. Определить, во сколько раз отличаются удельные теплоёмкости серебра и свинца при комнатной температуре. Характеристическая температура Дебая равна 225 К для серебра и 105 К для свинца.

10.5. Удельное сопротивление меди, содержащей 0,3 ат.% олова при температуре 300 К, составляет 0,0258 мкОм·м. Определить отношение β удельных сопротивлений меди при температурах 300 и 4,2 К.

10.6. Имеется два проводящих тела, прошедших одинаковую технологическую обработку. Химическим анализом установлено, что состав первого тела (Cu+2 ат.% Zn), а второго — (Cu+0,5 ат.% As). Определить, какой материал имеет более высокую удельную проводимость.

10.7. Температура перехода в сверхпроводящее состояние $T_{св}$ для олова в отсутствие магнитного поля равна 3,7 К, а критическая напряженность магнитного поля $H_{св}$ при температуре абсолютного нуля ($T=0 \text{ K}$) составляет $2,4 \cdot 10^4 \text{ A/m}$. Рассчитать максимально допустимое значение тока при температуре $T=2 \text{ K}$ для провода диаметром $d=1 \text{ мм}$, изготовленного из сверхпроводящего олова. Определить для этой температуры диаметр провода, по которому может протекать ток 100 А без разрушения сверхпроводящего состояния.

10.8. Непрерывные экспериментальные наблюдения за током, наведённым в замкнутом контуре из сверхпроводящего материала, показали, что в течение одного года ток уменьшается в результате релаксации системы к равновесному состоянию всего на 0,01%. Принимая концентрацию электронов проводимости $n = 4 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, оценить удельное сопротивление материала в сверхпроводящем состоянии и сравнить его с удельным сопротивлением меди в нормальных условиях.

10.9. Удельное сопротивление меди, содержащей 0,03 ат.% олова при температуре 300 К, составляет 0,0177 мкОм·м. Определить отношение β удельных сопротивлений меди при температурах 300 и 4,2 К.

10.10. Удельное сопротивление медного проводника, содержащего 0,5 ат.% индия, равно $0,0234 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$. Определить концентрацию атомов индия в медном сплаве с удельным сопротивлением $0,0298 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, полагая, что всё остаточное сопротивление обусловлено рассеянием на примесных атомах индия.

10.11. При нагревании проводов из манганина длиной 1,5 м и диаметром 0,1 мм от 20 до 100°C его сопротивление уменьшается на $0,07 \text{ Ом}$, а длина возрастает на $0,16\%$. Определить температурный коэффициент удельного сопротивления. Принять, что при комнатной температуре для манганина удельное сопротивление $\rho=0,47 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$.

10.12. Определить критическую температуру перехода проводника в состояние сверхпроводимости, если размер энергетической щели $2\Delta(0) = 2,2 \text{ мэВ}$.

10.13. Оценить удельную теплопроводность λ_T магния при температуре $T=400^\circ\text{C}$, если удельное сопротивление при $T=0^\circ\text{C}$ равно $0,044 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, а температурный коэффициент удельного сопротивления составляет $4\cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$.

10.14. Определить внутреннюю контактную разность потенциалов, возникающую при соприкосновении двух металлов с концентрацией свободных электронов $n_1 = 5\cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ и $n_2 = 1\cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$.

10.15. Оценить значение абсолютной удельной термоЭДС при температуре $T=300 \text{ К}$ для металла с концентрацией свободных носителей $n = 6\cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

10.16. Один спай термопары помещен в печь с температурой 200°C , другой находится при температуре 20°C . Вольтметр показывает при этом термоЭДС $1,8 \text{ мВ}$. Чему равно термоЭДС, если второй спай термопары поместить в сосуд: а) с тающим льдом; б) с кипящей водой? Относительную удельную термоЭДС считать постоянной во всём температурном диапазоне $0-200^\circ\text{C}$.

10.17. Плёночный резистор, показанный на рисунке 10.1, состоит из трёх участков, имеющих различные сопротивления квадрата плёнки $R_{\square 1} = 10 \text{ Ом}$; $R_{\square 2} = 20 \text{ Ом}$; $R_{\square 3} = 30 \text{ Ом}$. Определить сопротивление резистора.

10.18. Сопротивление провода из константана при 20°C равно 200 Ом . Определить сопротивление этого провода при температуре 450°C , если при температуре 20°C температурный коэффициент удельного сопротивления константана $\alpha_\rho = -15\cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$, а температурный коэффициент линейного расширения составляет 10^{-5} К^{-1} .

10.19. Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при 20°C равно 35 Ом . Определить температуру нити лампочки, если известно, что при её включении в сеть напряжением

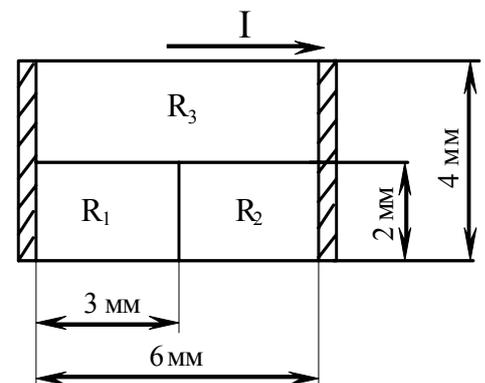


Рис. 10.1 (к задаче 10.17)

220 В в установившемся режиме по нити проходит ток 0,6 А. Температурный коэффициент удельного сопротивления вольфрама при 20°C можно принять равным $5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

10.20. Вычислить, во сколько раз сопротивление R_{ω} медного провода круглого сечения диаметром $d = 1 \text{ мм}$ на частоте $f = 10 \text{ МГц}$ больше сопротивления R_0 этого провода постоянному электрическому току.

10.21. Вычислить глубину проникновения электромагнитного поля в медный проводник на частотах 50 Гц и 1 МГц.

10.22. Определить отношение глубин проникновения электромагнитного поля в алюминиевый и стальной проводники на частоте 50 Гц и 1 МГц. При расчёте принять, что для малоуглеродистой стали $\mu = 1000$, $\rho = 0,1 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

10.23. Найти сопротивление квадрата поверхности плоского проводника из латуни на частоте 10 МГц. Удельное сопротивление латуни постоянному току принять равным $\rho = 0,08 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

10.24. Сопротивление квадрата поверхности резистора, показанного на рисунке 10.210.2, покрытого металлической плёнкой 1, равно $R_{\square} = 100 \text{ Ом}$. Керамическое основание 2 резистора имеет диаметр $D = 7,5 \text{ мм}$, расстояние l между контактными узлами 3 равно 11 мм. Чему равно сопротивление этого резистора?

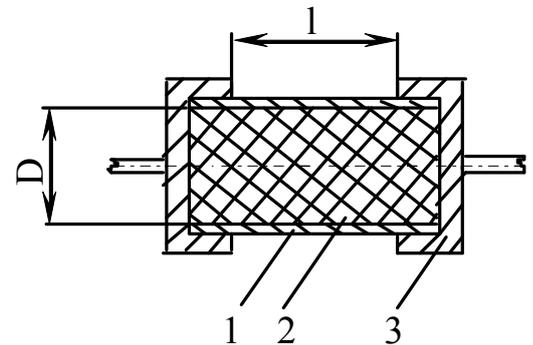


Рис. 10.2 (к задаче 10.24)

10.25. Миниатюрный резистор сопротивлением $R = 120 \text{ Ом} \pm 10\%$, имеющий номинальную мощность рассеяния $P_{\text{ном}} = 0,05 \text{ Вт}$, используется на частоте 50 Гц. Температурный коэффициент сопротивления резистора $\alpha_R = -2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Известно, что из-за малых габаритов резистора при постоянном предельном напряжении $U_{\text{пр}} = 100 \text{ В}$ происходит поверхностный пробой между выводами. Определить максимальное напряжение, которое можно приложить к этому резистору при температуре 20°C.

10.26. Решить задачу 10.25 для резистора того же типа и с той же номинальной мощностью рассеяния, имеющего сопротивление $R = 4,6 \text{ МОм} \pm 20\%$.

10.27. Критическая температура перехода металла в сверхпроводящее состояние равна 4,5 К. Определить граничную частоту переменного электромагнитного поля, выше которой при $T = 0 \text{ К}$ происходит разрушение сверхпроводимости.

10.28. Вычислить длину свободного пробега электронов в меди при $T = 300 \text{ К}$, если её удельное сопротивление при этой температуре равно $0,017 \text{ мкОм/м}$.

10.29. Определить максимальную частоту тепловых колебаний атомов в кри-

сталлах алюминия, для которого температура Дебая $\Theta_D = 428 \text{ К}$. Какую длину волны будет иметь фотон с эквивалентной энергией?

10.30. Миниатюрный резистор сопротивлением $R = 120 \text{ Ом} \pm 10\%$, имеющий номинальную мощность рассеяния $P_{\text{ном}} = 0,05 \text{ Вт}$, используется на частоте 50 Гц . Температурный коэффициент сопротивления резистора $\alpha_R = -2 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Известно, что из-за малых габаритов резистора при постоянном предельном напряжении $U_{\text{пр}} = 100 \text{ В}$ происходит поверхностный пробой между выводами. Определить максимальное напряжение, которое можно приложить к этому резистору при температуре 100°С .

10.2. Теоретические вопросы к теме 10

11.1. Как изменяется средняя длина свободного пробега электронов в идеальном чистом металле и в металле с примесями при увеличении температуры (от абсолютного нуля)?

11.2. Почему металлические сплавы типа твердых растворов обладают более высоким удельным сопротивлением, чем чистые компоненты, образующие сплавы?

11.3. Объясните, как изменяется удельное сопротивление двухкомпонентного металлического сплава, представляющего неупорядоченный твердый раствор, в зависимости от его состава.

11.4. Почему при термической закалке удельное сопротивление металлов возрастает, а при термическом отжиге — уменьшается? Почему металлоидные примеси сильнее влияют на удельное сопротивление металлов, чем примеси металлических элементов?

11.5. Какие металлы и в каких условиях могут переходить в состояние сверхпроводимости? Что является причиной образования куперовских пар?

11.6. В каких материалах обнаружено явление высокотемпературной сверхпроводимости? Какие перспективы открываются в случае широкого применения этих материалов в технике?

11.7. На основании чего происходит разделение сверхпроводников на сверхпроводники первого и второго рода?

11.8. В чём заключаются эффекты Джозефсона и где они нашли свое применение?

11.9. Что такое «энергетическая щель», её значение в сверхпроводниках?

11.10. Объясните изменение линейных параметров проводника при изменении температуры.

11.11. Доказать, что между температурными коэффициентами сопротивления α_R , удельного сопротивления материала α_p и линейного расширения α_l существу-

ет следующая взаимосвязь: $\alpha_p = \alpha_R + \alpha_l$.

11.12. В каких условиях возможно возникновение термоЭДС в замкнутой цепи? Назовите основные механизмы, ответственные за образование термоЭДС.

11.13. Всегда ли горячий конец металлического проводника имеет положительную полярность термоЭДС? Пояснить ответ.

11.14. Какие свойства меди обуславливают ее широкое применение в электронной технике? Что такое «водородная болезнь меди»?

11.15. Какими преимуществами и недостатками по сравнению с медью обладает алюминий как проводниковый материал?

11.16. Назовите неметаллические проводниковые материалы, приведите примеры их применения в электронной технике?

11.17. Каким образом обеспечивается прочность и формоустойчивость вольфрамовых нитей и спиралей при высоких температурах эксплуатации?

11.18. Чем обусловлено широкое применение тантала в конденсаторостроении?

11.19. Какие материалы входят в состав контактола? Для каких целей используются контактолы в электронной технике?

11.20. Какие материалы относятся к сплавам высокого сопротивления? Перечислите основные из них и укажите основные их свойства.

11.21. Какие металлы называются благородными и где они используются?

11.22. Что такое припой? На какие группы они делятся (привести основных представителей и их основные свойства)?

11.23. Что такое «размерные эффекты»?

11.24. Что такое «скин-эффект»? Как изменяются электрические параметры проводника на высоких частотах?

11.25. Как зависит удельное сопротивление металлического проводника от температуры в широком диапазоне температур?

11.26. Какие проводники называются вырожденными? Какими свойствами обладает «электронный газ» в состоянии вырождения?

11.27. Каков физический смысл уровня Ферми?

11.28. Как влияет температура на концентрацию свободных электронов в металле?

11.29. Что такое механическое напряжение и деформация, как они влияют на свойства проводников? Пластические свойства меди.

11.30. Что такое аморфные металлы? Методы их получения и основные свойства.

Тема 11. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

11.1. Задачи для индивидуальной работы к теме 11

11.1. Вычислить поляризованность монокристалла каменной соли, считая, что смещение ионов под действием электрического поля от положения равновесия составляет 1% расстояния между ближайшими соседними ионами. Элементарная ячейка кристалла имеет форму куба, расстояние между соседними ионами $a = 0,28$ нм.

11.2. Определить напряжённость электрического поля, действующего на монокристалл каменной соли, если её диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 5,65$. Вычислить коэффициент упругой связи ионов $k_{упр}$ в кристалле, полагая, что напряжённость внутреннего электрического поля равна напряжённости внешнего поля. Необходимые дополнительные данные взять из задачи 11.1.

11.3. Композиционный керамический материал изготовлен на основе двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1 = 40$ и $\varepsilon_2 = 80$. предполагая хаотическое распределение компонентов, определить состав керамики, если $\alpha_{\varepsilon_1} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ и $\alpha_{\varepsilon_2} = -1,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Чему равна диэлектрическая проницаемость композиционного диэлектрика?

11.4. Две противоположные грани куба с ребром $a = 10$ мм из диэлектрического материала с удельным объёмным сопротивлением $\rho_V = 10^{10} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ и удельным поверхностным сопротивлением $\rho_S = 10^{11} \text{ Ом}$ покрыт металлическими электродами. Определить ток, протекающий через эти грани куба при постоянном напряжении $U_0 = 2$ кВ.

11.5. Цилиндрический стержень диаметром 10 мм и длиной 20 мм из диэлектрика с удельным объёмным сопротивлением $\rho_V = 10^{13} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ и удельным поверхностным сопротивлением $\rho_S = 10^{14} \text{ Ом}$ покрыт с торцов металлическими электродами. Чему равно сопротивление между электродами?

11.6. Сопротивление изоляции двухжильного кабеля длиной 2 м равно 300 МОм. Чему равно сопротивление изоляции такого же кабеля длиной 6 м?

11.7. Шар из диэлектрического материала помещен в однородное электрическое поле E_0 . Вычислить напряжённость поля внутри малой сферической полости в центре шара.

11.8. К конденсатору приложено переменное напряжение постоянной амплитуды. Конденсатор заполнен полярным диэлектриком. Время релаксации τ

при данной температуре известно. Вывести выражение для тепловых потерь в зависимости от частоты.

11.9. Поляризация титаната бария (BaTiO_3) при некоторой температуре составляет около $0,25 \text{ Кл/м}^2$. Какова напряжённость электрического поля в пластинке из титаната бария, вырезанной перпендикулярно к сегнетоэлектрической оси?

11.10. Две противоположные грани куба с ребром $a = 5 \text{ мм}$ из диэлектрического материала с удельным объёмным сопротивлением $\rho_V = 10^{11} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ и удельным поверхностным сопротивлением $\rho_S = 10^{12} \text{ Ом}$ покрыт металлическими электродами. Определить ток, протекающий через эти грани куба при постоянном напряжении $U_0 = 1 \text{ кВ}$.

11.11. При изменении температуры от 60 до 127°C удельное сопротивление радиофарфора уменьшается от $\rho_1 = 10^{13} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ до $\rho_2 = 10^{11} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Определить температурный коэффициент удельного сопротивления α_ρ радиофарфора, считая его постоянным в рассматриваемом диапазоне температур.

11.12. Используя данные задачи 11.11 определить удельное сопротивление при комнатной температуре?

11.13. При комнатной температуре тангенс угла диэлектрических потерь ультрафарфора $\text{tg}\delta_0 = 5 \cdot 10^{-4}$, а при повышении температуры до 100°C он возрастает в два раза. Чему равен $\text{tg}\delta$ этого материала при 200°C ?

11.14. Как и почему изменится пробивное напряжение воздуха при нормальном атмосферном давлении, если температуру повысить от 20 до 100°C ?

11.15. Выведите выражение, позволяющее рассчитать тангенс угла диэлектрических потерь сегнетоэлектрика по известной площади петли гистерезиса, полученной на экране осциллографа?

11.16. Во сколько раз увеличится активная мощность при изменении температуры от 20 до 150°C , если при комнатной температуре тангенс угла диэлектрических потерь $\text{tg}\delta_0 = 5 \cdot 10^{-4}$, а при повышении температуры до 100°C он возрастает в два раза?

11.17. Определить активную мощность, выделяющуюся в медных обкладках плоского конденсатора емкостью $C = 1000 \text{ пФ}$, при подключении к источнику переменного тока (220 В , 50 Гц). Ширина обкладки 10 мм , длина — 15 мм , толщиной — 50 мкм . Выводы находятся на противоположных узких сторонах обкладок.

11.18. Конденсатор емкостью 200 пФ , изготовленный из плёнки полистирола, заряжен до напряжения 100 В , а затем отключен от источника напряжения. Из-

мерения, проведенные через 5 суток, показали, что на выводах конденсатора сохранилось напряжение 10 В. Определить сопротивление изоляции конденсатора. Вычислить удельное объёмное сопротивление полистирола, если известно, что его диэлектрическая проницаемость равна 2,5.

11.19. Нормально вектору напряжённости однородного электрического поля $E_0 = 100$ В/м расположена пластина изотропного диэлектрика с $\epsilon = 2$. Определить напряжённость поля E внутри пластины?

11.20. Нормально вектору напряжённости однородного электрического поля $E_0 = 80$ В/м расположена пластина изотропного диэлектрика с $\epsilon = 5$. Определить напряжённость поля E и электрическое смещение D внутри пластины.

11.21. Нормально вектору напряжённости однородного электрического поля $E_0 = 140$ В/м расположена пластина изотропного диэлектрика с $\epsilon = 7$. Определить поляризованность диэлектрика P и поверхностную плотность связанных зарядов?

11.22. Между пластинами плоского конденсатора без воздушных промежутков зажат лист гетинакса толщиной $h = 1$ мм и $\epsilon = 6$. На конденсатор подано напряжение $U = 200$ В. Определить плотность заряда на пластинах конденсатора σ_1 .

11.23. Между пластинами плоского конденсатора без воздушных промежутков зажат лист гетинакса толщиной $h = 4$ мм. На конденсатор подано напряжение $U = 150$ В. Определить плотность заряда на диэлектрике σ_d . Принять $\epsilon = 2$.

11.24. Диэлектрическая проницаемость воздуха при 300 К и нормальном давлении $\epsilon = 1,00058$. На сколько изменится её значение, если давление воздуха увеличится в 20 раз?

11.25. Диэлектрическая проницаемость газа при давлении 10^5 Па и температурах 273 и 450 К равна соответственно 1,0067 и 1,0060. Определить температурный коэффициент диэлектрической проницаемости газа.

11.26. Известно, что при тепловом пробое диэлектрик толщиной 4 мм пробивается при напряжении 15 кВ на частоте 100 Гц. При каком напряжении промышленной частоты пробьется такой же диэлектрик толщиной 2 мм?

11.27. Диэлектрическая проницаемость газа при давлении 10^5 Па и температурах 273 и 450 К равна соответственно 1,0067 и 1,0060. Определить диэлектрическую проницаемость этого газа при температуре 273 К и давлении $5 \cdot 10^4$ Па.

11.28. Диэлектрическая проницаемость газообразного вещества при 300 К и нормальном давлении $\epsilon = 4$. На сколько изменится её значение, если давление воздуха уменьшится в 3 раза?

11.29. Композиционный керамический материал изготовлен на основе двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1 = 20$ и $\varepsilon_2 = 45$. Предполагая хаотическое распределение компонентов, определить состав керамики, если $\alpha_{\varepsilon_1} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ и $\alpha_{\varepsilon_2} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$. Чему равна диэлектрическая проницаемость композиционного диэлектрика?

11.30. В дисковом керамическом конденсаторе $C = 100$ пФ, включенном на переменное напряжение $U = 100$ В частотой $f = 1$ МГц, рассеивается мощность $P_a = 10^{-3}$ Вт. Определить удельные потери в диэлектрике, если его диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 150$, электрическая прочность $E_{пр} = 10$ МВ/м и запас по электрической прочности $K = 10$.

11.2. Теоретические вопросы к теме 11

11.1. В чем различие между ионной и ионно-релаксационной поляризацией?

11.2. Назовите носители зарядов, создающих токи утечки в газовых, жидких и твёрдых диэлектриках.

11.3. Почему в диэлектриках не обнаруживается эффект Холла?

11.4. Объясните, почему неполярные диэлектрики обладают гидрофобными свойствами.

11.5. В каких условиях металлы являются электроизоляционными материалами?

11.6. Что называется поляризацией диэлектрика? Какие виды поляризации мгновенные, а какие замедленные?

11.7. Какие механизмы пробоев диэлектрика вам известны? Каковы условия появления каждого из них?

11.8. Почему электрическая прочность твёрдых диэлектриков выше, чем у жидких, а у жидких — выше, чем у газообразных?

11.9. Что называют сегнетоэлектрической точкой Кюри?

11.10. Как объяснить явление диэлектрического гистерезиса и нелинейность зависимости заряда от напряжения у сегнетоэлектриков?

11.11. В каких условиях сегнетоэлектрики проявляют пьезоэлектрические свойства?

11.12. Что такое пьезоэлектрический эффект? Как его можно охарактеризовать количественно и где данный эффект проявляется?

11.13. Какие диэлектрики называются активными? Чем отличаются требова-

ния к активным и пассивным диэлектрикам?

11.14. Что такое прямой и обратный пьезоэффект? В каких диэлектриках его можно наблюдать?

11.15. В чём различие между жидким состоянием вещества и «жидким кристаллом»?

11.16. Как классифицируются жидкие кристаллы? Какие из них нашли широкое применение в электронике (с конкретными примерами)?

11.17. Дайте определение смолы, компаунда, лака и пластмассы. Приведите примеры использования их в электронной технике.

11.18. Какими специфическими свойствами должен обладать электроизоляционный материал, применяемый в радиоэлектронике, при эксплуатации в тропических условиях?

11.19. С какой целью производят пропитку пористых диэлектриков?

11.20. Какими способами и для каких целей производят изделия из композиционных пластмасс?

11.21. Какие виды стекла и для каких целей нашли широкое применение в радиоэлектронике?

11.22. Каким образом изготавливают тонкие стеклянные волокна и из каких стёкол?

11.23. Что понимают под температурами стеклования и текучести стекломассы?

11.24. С какой целью вводят в состав силикатных стёкол оксиды щелочных металлов?

11.25. Какие требования предъявляются к диэлектрическим материалам, применяемым в высокочастотных конденсаторах?

11.26. Что такое люминесценция? Какие виды люминофоров существуют и где применяются?

11.27. Какие диэлектрики применяются для создания рабочих тел лазеров?

11.28. Какие материалы используются для создания межуровневой и межкомпонентной изоляции?

11.29. Какие материалы используются для изготовления подложек печатных плат?

11.30. Назовите основные методы получения диэлектрических пленок и охарактеризуйте каждый из них.

Тема 12. МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

12.1. Задачи для индивидуальной работы к теме 12

12.1. При насыщении магнитная индукция чистого железа $B = 2,2$ Тл. Учитывая, что элементарная ячейка кристаллической решетки железа представляет собой объемно-центрированный куб с ребром $a = 0,286$ нм, рассчитать магнитный момент, приходящийся на один атом железа.

12.2. Магнитная индукция насыщения металлического никеля, имеющего плотность 8960 кг/см³, равна $0,65$ Тл. Определить магнитный момент, приходящийся на один атом никеля.

12.3. Для α -железа, кристаллизующегося в структуре кубической симметрии, константы магнитной кристаллографической анизотропии имеют следующие значения: $K_1 = 4,2 \cdot 10^4$ Дж/м³, $K_2 = 1,5 \cdot 10^4$ Дж/м³. Показать, что кристаллографическое направление типа $[100]$ являются осями легкого намагничивания, а направления семейства $\{111\}$ — осями трудного намагничивания.

12.4. Измерения дают следующие значения констант магнитной кристаллографической анизотропии для никеля, имеющего структуру гранецентрированного куба: $K_1 = -5,1 \cdot 10^3$ Дж/м³, $K_2 = 0$. Пользуясь этими данными, определить направления осей: а) легкого, б) трудного намагничивания в монокристаллах никеля.

12.5. Из экспериментальных данных следует, что при температуре 700°C намагниченность насыщения чистого железа I_{MS} составляет $0,55$ намагниченности насыщения I_{M0} при $T = 0$ К и $I_{\text{MS}} = 0,296 I_{\text{M0}}$ при температуре 750°C . Определить температуру Кюри.

12.6. Определить индукцию насыщения вблизи температуры 0 К для никелевого феррита NiFe_2O_4 , кристаллизующегося в структуре обращенной шпинели с периодом решетки $0,834$ нм. Магнитные моменты катионов Fe^{3+} и Ni^{2+} принять равными соответственно $5\mu_{\text{B}}$ и $2\mu_{\text{B}}$.

12.7. Найти индуктивность соленоида, имеющего 200 витков, намотанных на диэлектрическое основание, длиной $l = 50$ мм. Площадь поперечного сечения основания $S = 50$ мм². Как изменится индуктивность катушки, если в нее введен цилиндрический ферритовый сердечник, имеющий магнитную проницаемость $\mu = 400$, определенную с учетом размагничивающего действия воздушного зазора.

12.8. Оценить максимально возможную плотность записи информации (бит/см²) в устройстве на цилиндрическом магнитном домене (ЦМД) на пленке феррограната, если минимальный диаметр доменов составляет $d = 3$ мкм.

12.9. Оцените быстродействие устройства на ЦМД, если подвижность границ ЦМД $\mu_{\Gamma} = 0,015$ м²/(А·с), а управление перемещением доменов осуществляется

изменением напряженности магнитного поля $\Delta H = 60$ А/м. Для исключения взаимного влияния соседних ЦМД расстояние между ними должно быть не менее $4d$.

12.10. Для регистрации ЦМД используется датчик Холла на основе пленки InSb толщиной 1 мкм, нанесенный на поверхность феррограната. Какой ток должен проходить по датчику, чтобы сигнал регистрации ЦМД был равен 0,1 мВ. При комнатной температуре коэффициент Холла $R_H = 4 \cdot 10^{-4}$ м³/Кл.

12.11. Найти индуктивность соленоида, имеющего 100 витков, намотанных на диэлектрическое основание, длиной $l = 20$ мм. Площадь поперечного сечения основания $S = 40$ мм². Как изменится индуктивность катушки, если в нее введен цилиндрический ферритовый сердечник, имеющий магнитную проницаемость $\mu = 200$, определенную с учетом размагничивающего действия воздушного зазора.

12.12. При насыщении магнитная индукция никеля $B = 1$ Тл. Учитывая, что элементарная ячейка кристаллической решетки никеля представляет собой грацецентрированный куб с ребром $a = 0,352$ нм, рассчитать магнитный момент, приходящийся на один атом никеля.

12.13. При насыщении магнитная индукция хрома $B = 2,5$ Тл. Учитывая, что элементарная ячейка кристаллической решетки хрома представляет собой объемно-центрированный куб с ребром $a = 0,288$ нм, рассчитать магнитный момент, приходящийся на один атом хрома.

12.14. Измерения дают следующие значения констант магнитной кристаллографической анизотропии вещества, имеющего структуру грацецентрированного куба: $K_1 = -2 \cdot 10^3$ Дж/м³, $K_2 = 0$. Пользуясь этими данными, определить направления осей: а) легкого, б) трудного намагничивания.

12.15. Магнитная восприимчивость никеля при температурах 400 и 800°С равна соответственно $1,25 \cdot 10^{-3}$ и $1,14 \cdot 10^{-4}$. Определить температуру Кюри.

12.16. Кольцевой ферритовый сердечник массой $m = 0,2$ кг перемагничивается переменным магнитным полем напряженностью $H_m = 0,5$ кА/м частотой $f = 10^4$ Гц. Определить мощность, выделяемую в сердечнике, если магнитная проницаемость материала $\mu = 1000$, $\text{tg } \delta_M = 2 \cdot 10^{-2}$, плотность феррита $d = 4$ Мг/м³.

12.17. При испытании магнитного сердечника на частоте $f = 1$ кГц с помощью ус-

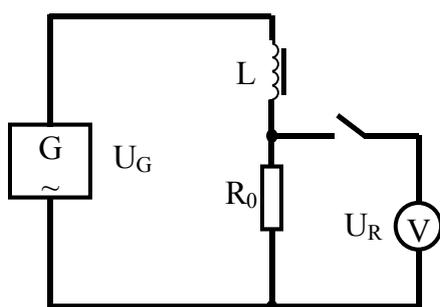


Рис. 12.1 (к задаче 12.17)

тановки (рис. 12.1) были получены результаты: $U_G = 300$ мВ, $U_R = 30$ мВ. Вычислить магнитную проницаемость, напряженность магнитного поля и индукцию в кольцевом сердечнике размерами $R \times r \times h = 30 \times 20 \times 10$ мм³, если число витков измерительной обмотки $n = 30$, а сопротивление резистора, ограничивающего ток в измерительном контуре, $R_0 = 10$ Ом.

12.18. Кольцевой магнитопровод имеет площадь поперечного сечения $S=100 \text{ мм}^2$ и среднюю длину магнитного контура $l_{cp} = 0,1 \text{ м}$. На сердечник намотана обмотка с числом витков $n = 100$. Определить магнитный поток через сердечник при токе в обмотке $I = 1 \text{ А}$, если магнитная проницаемость материала сердечника $\mu = 1000$.

12.19. Докажите, что потери на перемагничивание, отнесенные к единице объема материала сердечника (удельные потери), могут быть вычислены по формуле: $p_M = P_A/V = \mu\mu_0\omega H^2 \text{tg}\delta_M$.

12.20. Определить индуктивность катушки с кольцевым магнитным сердечником размерами $R \times r \times h=30 \times 20 \times 10 \text{ мм}^3$ и обмоткой, состоящей из 200 витков. Сердечник изготовлен из высоконикелевого пермаллоя с $\mu = 50000$.

12.21. При испытании магнитного сердечника на частоте $f = 8 \text{ кГц}$ с помощью установки (рис. к задаче 12.17) были получены результаты: $U_G = 200 \text{ мВ}$, $U_R = 15 \text{ мВ}$. Вычислить магнитную проницаемость, напряженность магнитного поля и индукцию в кольцевом сердечнике размерами $R \times r \times h=30 \times 20 \times 10 \text{ мм}^3$, если число витков измерительной обмотки $n = 100$, а сопротивление резистора, ограничивающего ток в измерительном контуре, $R_0 = 20 \text{ Ом}$.

12.22. Из экспериментальных данных следует, что при температуре 700°C намагниченность насыщения некоторого вещества I_{ms} составляет 0,4 намагниченности насыщения I_{m0} при $T = 0 \text{ К}$ и $I_{ms} = 0,22 I_{m0}$ при температуре 800°C . Определить температуру Кюри.

12.23. Кольцевой магнитопровод имеет площадь поперечного сечения $S=50 \text{ мм}^2$ и среднюю длину магнитного контура $l_{cp} = 0,5 \text{ м}$. На сердечник намотана обмотка с числом витков $n = 1000$. Определить магнитный поток через сердечник при токе в обмотке $I = 0,5 \text{ А}$, если магнитная проницаемость материала сердечника $\mu = 2000$.

12.24. Определить, сколько витков необходимо намотать на магнитный сердечник длиной 100 мм и диаметром 8 мм, чтобы получить индуктивность катушки $L=10 \text{ мГн}$, зная что $\mu = 500$.

12.25. Кольцевой ферритовый сердечник со средним диаметром $d_{cp} = 25 \text{ мм}$ имеет воздушный зазор 1 мм. При пропускании тока 0,17 А через обмотку сердечника, состоящую из 500 витков, в зазоре создается магнитная индукция $B_0 = 0,1 \text{ Тл}$. Определить магнитную проницаемость феррита.

12.26. Диамагнитная восприимчивость меди $\chi = -9,5 \cdot 10^{-6}$. Определить намагниченность и магнитную индукцию в медном проводе при воздействии на него магнитного поля напряженностью 1000 А/м.

12.27. Катушка с ферритовым тороидальным сердечником диаметром 10 мм

имеет индуктивность 12 Гн и содержит 1000 витков. Определить ток в катушке, при котором магнитная индукция в сердечнике равна 0,1 Тл.

12.28. Серебро обладает диамагнитной восприимчивостью $\chi = -0,181 \cdot 10^{-9}$. Определить намагниченность и магнитную индукцию в серебряном проводнике при воздействии на него магнитного поля напряженностью 100 А/м.

12.29. Катушка индуктивности содержит 200 витков медного изолированного провода, который намотан виток к витку на поверхности диэлектрического цилиндра диаметром $D = 1$ см. Через катушку проходит постоянный ток $I = 0,9$ А и переменный $I = 0,1$ А частотой $f = 2$ МГц. Определить мощность выделяющуюся при этом в обмотке, учитывая, что допустимая плотность тока в обмотке $j = 2$ А/мм².

12.30. Катушка индуктивности содержит 100 витков медного изолированного провода, который намотан виток к витку на поверхности диэлектрического цилиндра диаметром $D = 0,5$ см. Через катушку проходит постоянный ток $I = 0,8$ А и переменный $I = 0,2$ А частотой $f = 1$ МГц. Определить индуктивность катушки.

12.2. Теоретические вопросы к теме 12

12.1. К какому классу веществ по магнитным свойствам относятся полупроводники кремний и германий, химические соединения $A^{III}B^V$?

12.2. Назовите основные механизмы намагничивания ферромагнетиков, приводящие к нелинейной независимости магнитной индукции от напряженности магнитного поля?

12.3. Как изменяется магнитная восприимчивость парамагнетиков с повышением температуры?

12.4. Чем отличается спиновое обменное взаимодействие в ферро- и антиферромагнетиках?

12.5. Назовите основные факторы, определяющие энергию доменных границ.

12.6. Как влияет температура на энергию магнитной кристаллографической анизотропии? Почему ферромагнетики разбиваются на домены?

12.7. Какими способами можно полностью размагнитить ранее намагниченный ферромагнитный образец.

12.8. Какие условия необходимы для появления цилиндрических магнитных доменов (ЦМД) в магнитном материале?

12.9. Назовите магнитомягкие и магнитотвердые ферромагнетики, на основе которых получают композиционные магнитные материалы — магнитодиэлектрики.

12.10. Какие физические параметры магнитного материала определяют размер ЦМД?

12.11. Что понимают под константой магнитострикции? Какой физический смысл имеет знак константы магнитострикции?

12.12. Чем отличается магнитострикция в монокристаллических и поликристаллических ферромагнетиках? Приведите примеры практического применения магнитострикции.

12.13. Чем объясняется высокая магнитная проницаемость пермаллоев?

12.14. Расшифруйте обозначения пермаллоев промышленных марок: 76НХД, 65НП, 80НХС, 79НМ.

12.15. Какие требования предъявляются к материалам, используемым для изготовления магнитных лент для компакт-кассет?

12.16. Чем отличаются магнитотвердые материалы от магнитомягких?

12.17. Как классифицируются по назначению магнитомягкие материалы?

12.18. В чем преимущества электротехнической кремнистой стали по сравнению с нелегированной?

12.19. Каким требованиям должны удовлетворять материалы для работы в импульсных устройствах?

12.20. Назовите область применения магнитомягких материалов с прямоугольной петлей гистерезиса?

12.21. Какие из магнитотвердых материалов применяются наиболее широко?

12.22. Какие материалы называются магнитопластами и магнитоэластами?

12.23. Что такое магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость и что они характеризуют?

12.24. Что такое спонтанная намагниченность?

12.25. Что характеризуют законы Кюри и Кюри-Вейса? Что означает поправка Вейса для ферромагнетиков и антиферромагнетиков?

12.26. Что такое магнитная анизотропия и что она характеризует?

12.27. Что такое магнитная вязкость?

12.28. Как различные факторы влияют на магнитные свойства ферромагнетиков?

12.29. Магнитные свойства аморфных сплавов: ферро- и ферримагнетизм, магнитная анизотропия.

12.30. Что такое магнитные потери и из чего они складываются?

ПРИЛОЖЕНИЕ

Основные физические постоянные

КОНСТАНТА	ОБОЗНАЧЕНИЕ	ЧИСЛОВОЕ ЗНАЧЕНИЕ
Скорость света в вакууме	c	$2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Планка	h	$6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$
	$\hbar = h/2\pi$	$1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$
Число Авогадро	N_A	$6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	k	$1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Универсальная газовая постоянная	R	$2,067 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$
Масса электрона	m_e	$9,1083 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Заряд электрона	e, q	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса протона	m_p	$1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$