

ТЕОРИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛА ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ

д.т.н. Дашкевич Максим Юсифович



Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Кафедра электронных вычислительных средств

Операции над сигналами

Временной сдвиг

$$y(n) = x(n - k).$$

Операции над сигналами

Временной сдвиг

$$y(n) = x(n - k).$$

Обозначение временного сдвига на схемах.



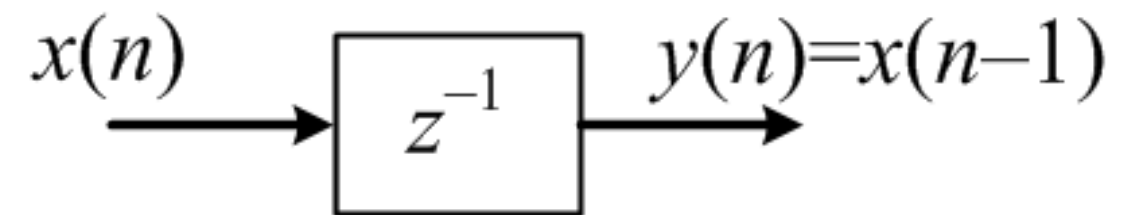
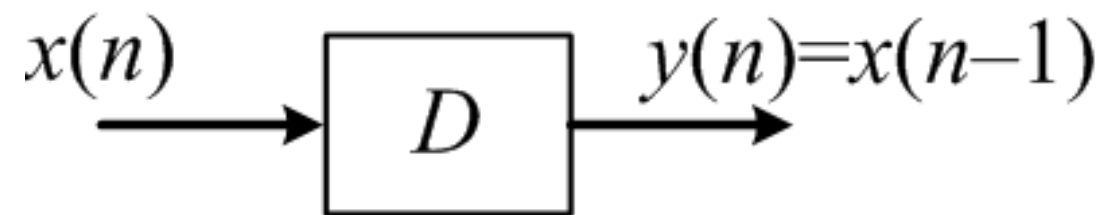
$$D\{x(n)\} = x(n - 1).$$

Операции над сигналами

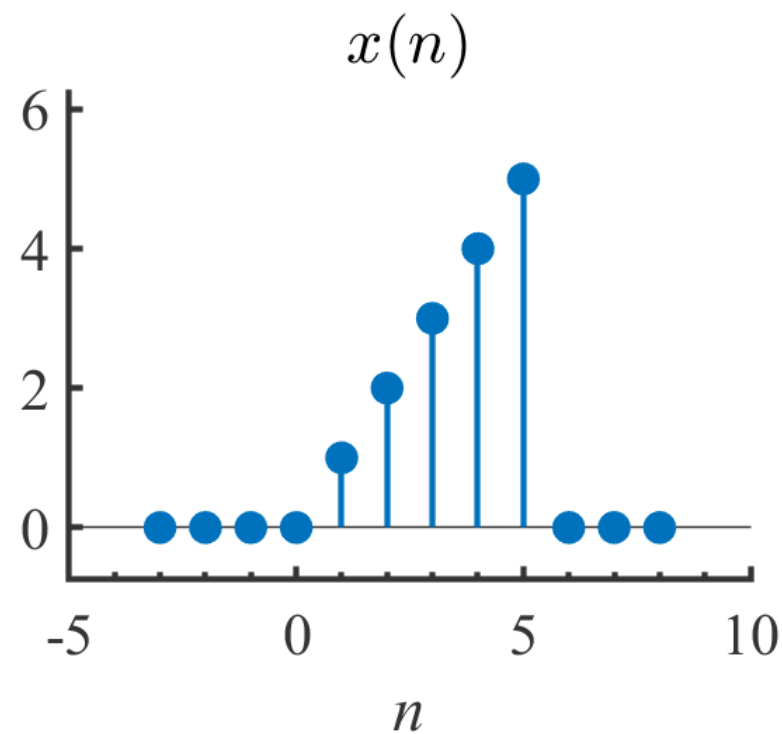
Временной сдвиг

$$y(n) = x(n - k).$$

Обозначение временного сдвига на схемах.



$$D\{x(n)\} = x(n - 1).$$

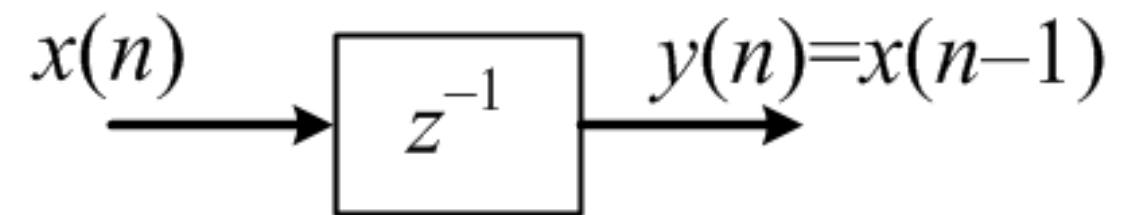
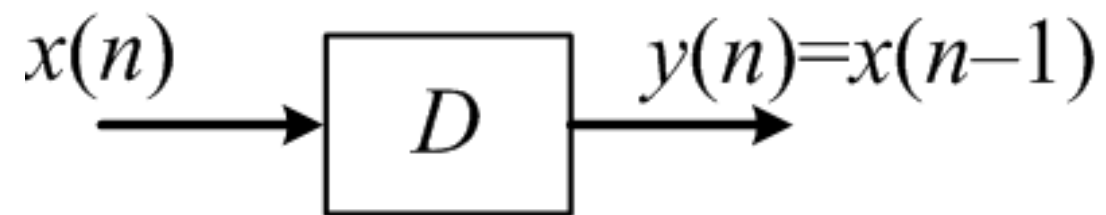


Операции над сигналами

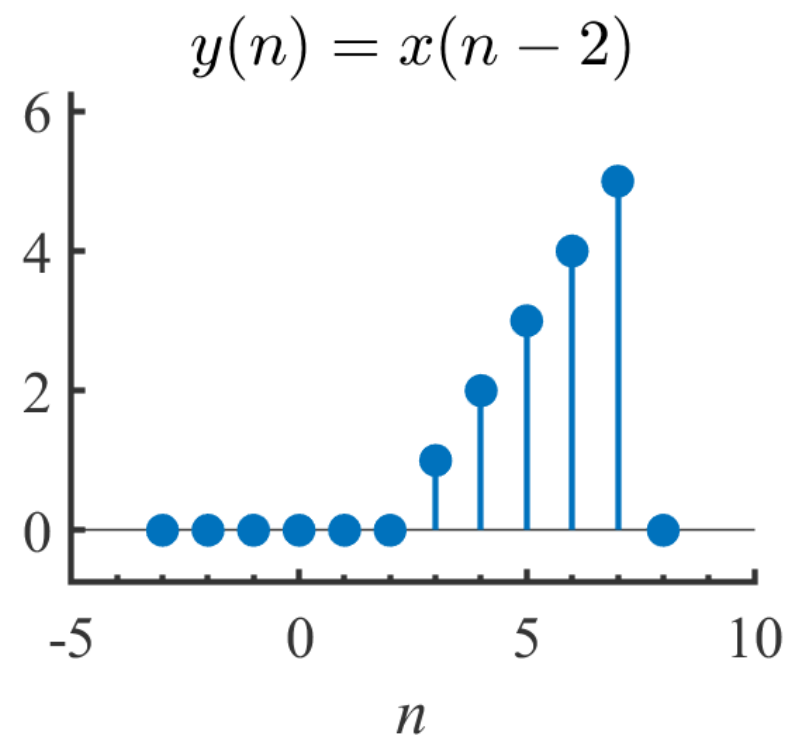
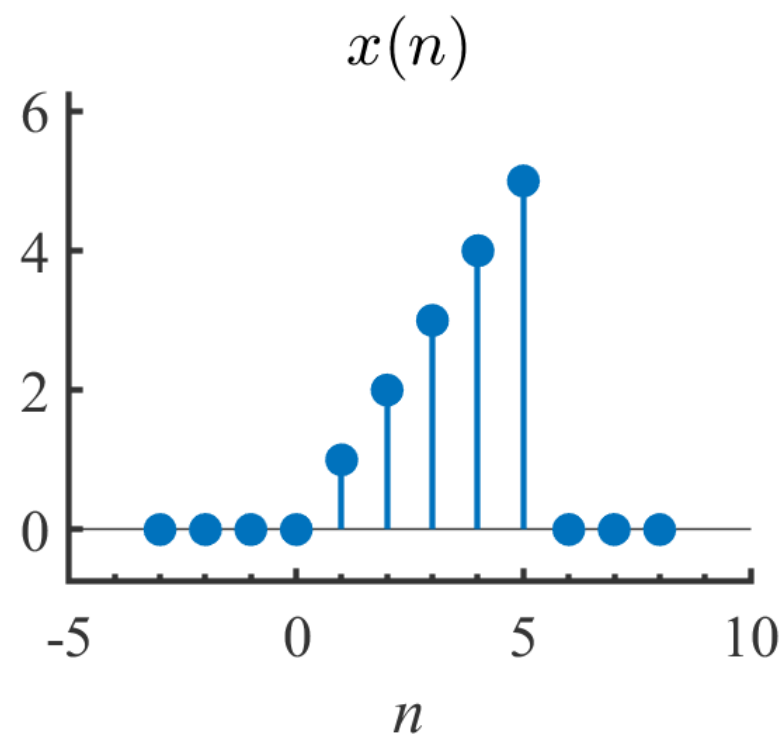
Временной сдвиг

$$y(n) = x(n - k).$$

Обозначение временного сдвига на схемах.



$$D\{x(n)\} = x(n - 1).$$

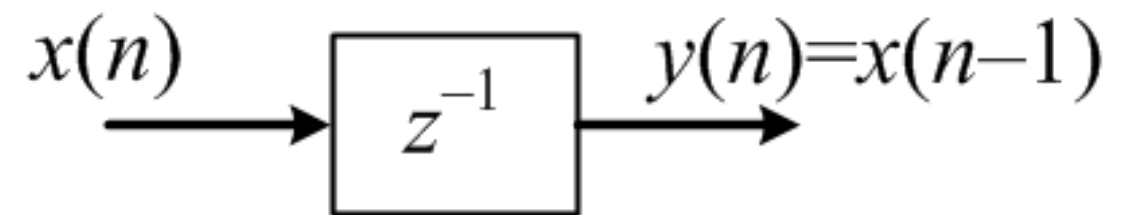
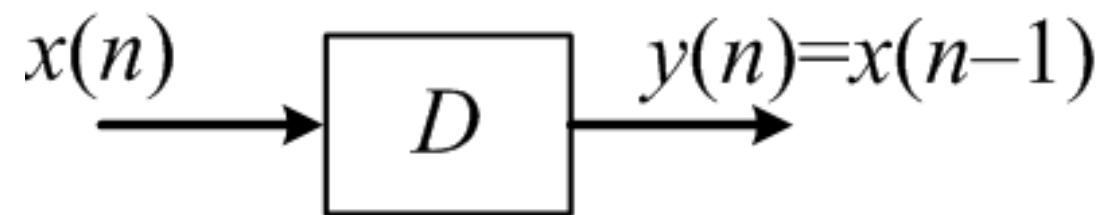


Операции над сигналами

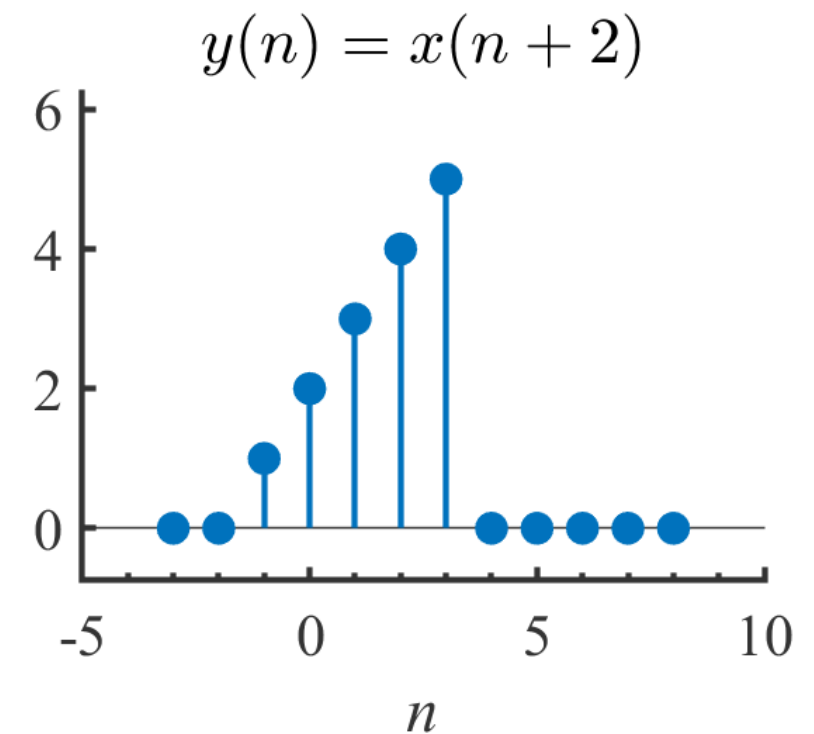
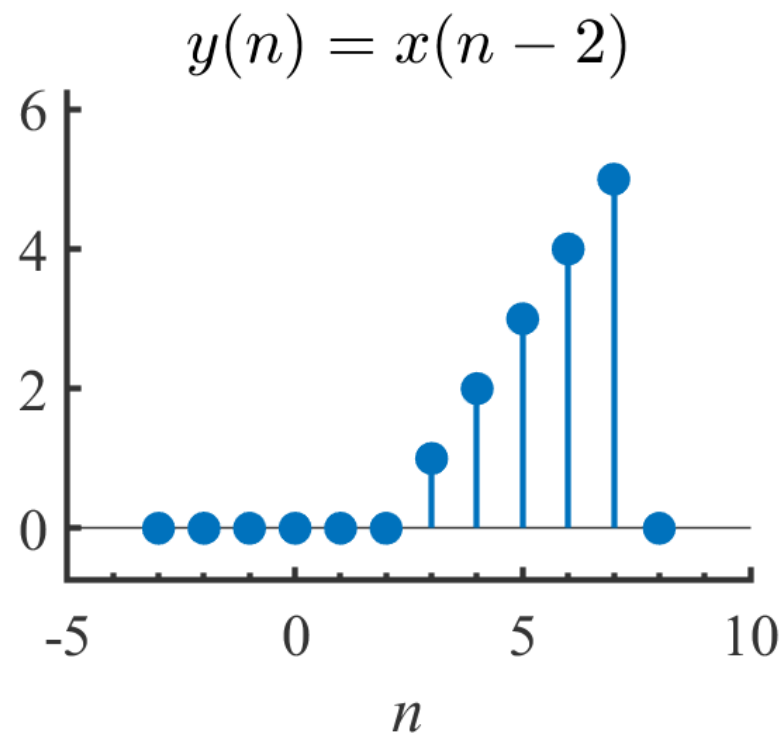
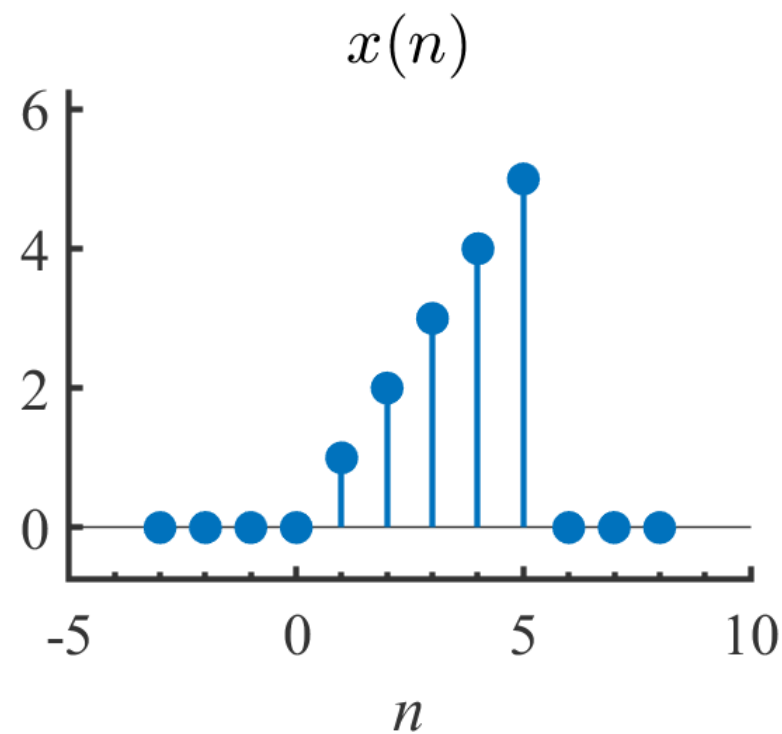
Временной сдвиг

$$y(n) = x(n - k).$$

Обозначение временного сдвига на схемах.



$$D\{x(n)\} = x(n - 1).$$



Операции над сигналами

Масштабирование

Масштабирование – умножении сигнала на константу $\alpha \in \mathbb{C}$

$$y(n) = \alpha x(n).$$

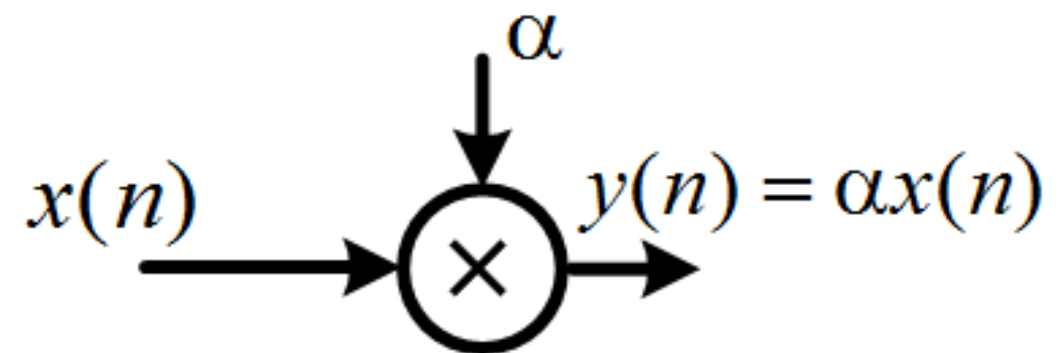
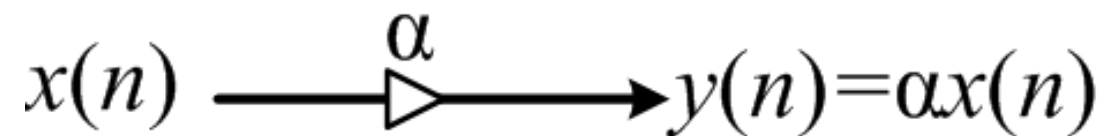
Операции над сигналами

Масштабирование

Масштабирование – умножении сигнала на константу $\alpha \in \mathbb{C}$

$$y(n) = \alpha x(n).$$

Обозначение масштабирования на схемах.



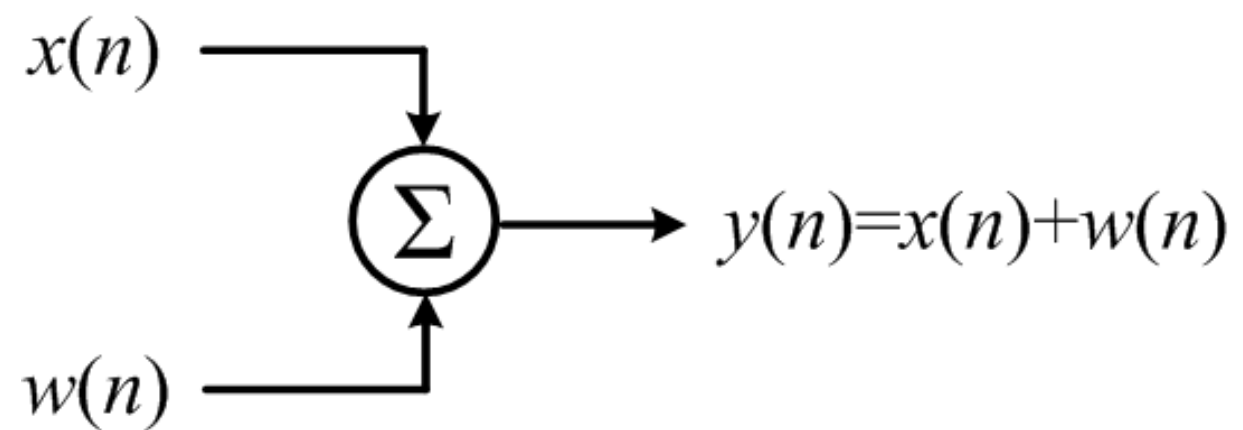
Если α действительное число, то масштабирование является усилением (при $|\alpha| > 1$) или ослаблением (при $|\alpha| < 1$).

Операции над сигналами

Суммирование

$$y(n) = x(n) + w(n)$$

Обозначение на схеме

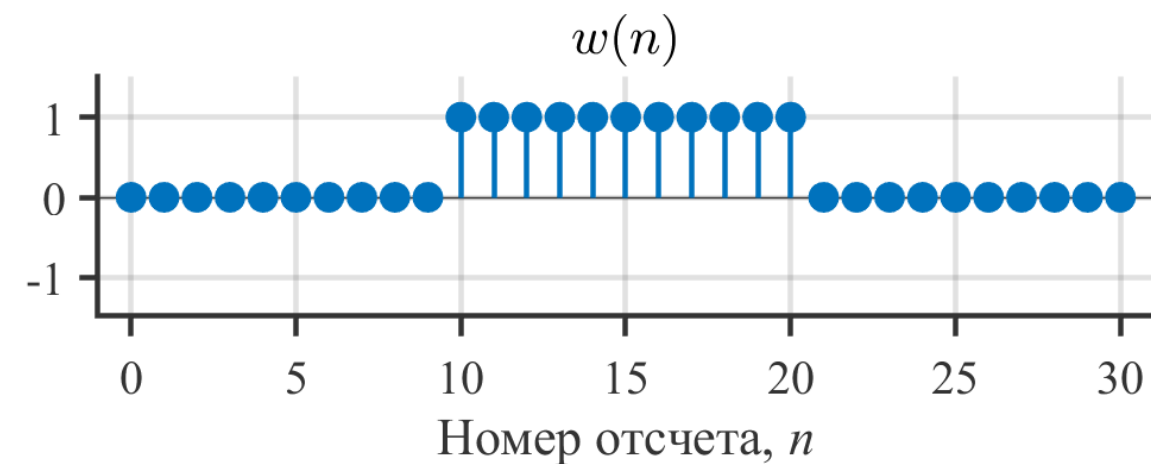
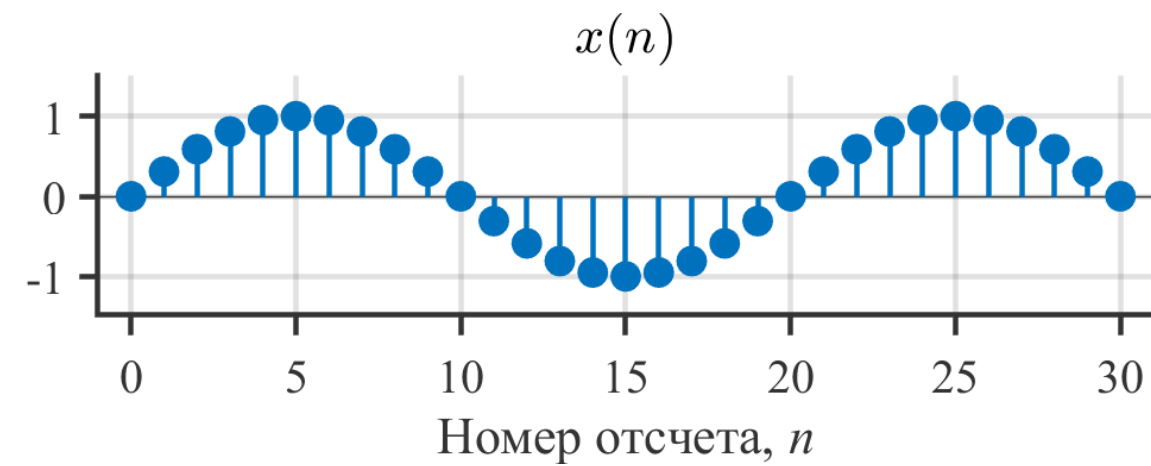
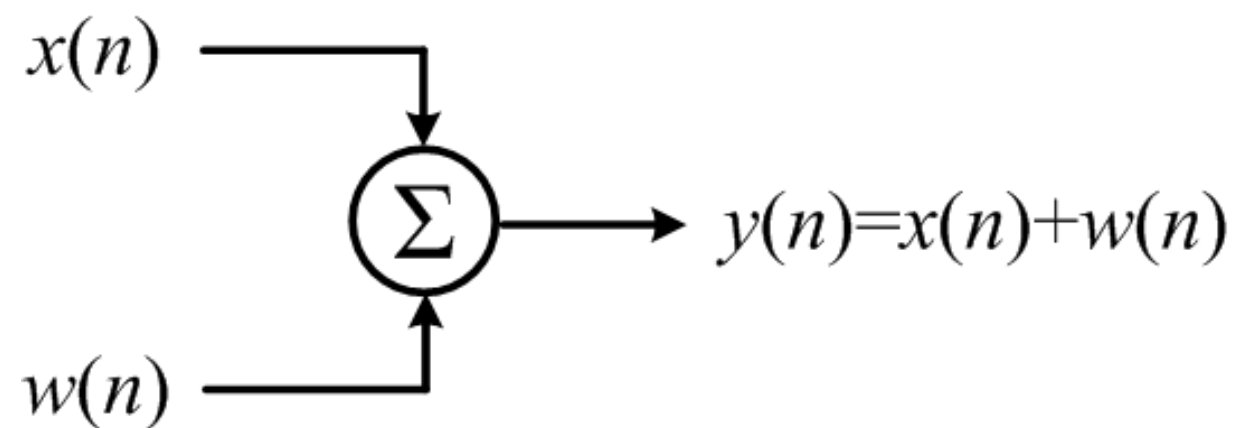


Операции над сигналами

Суммирование

$$y(n) = x(n) + w(n)$$

Обозначение на схеме

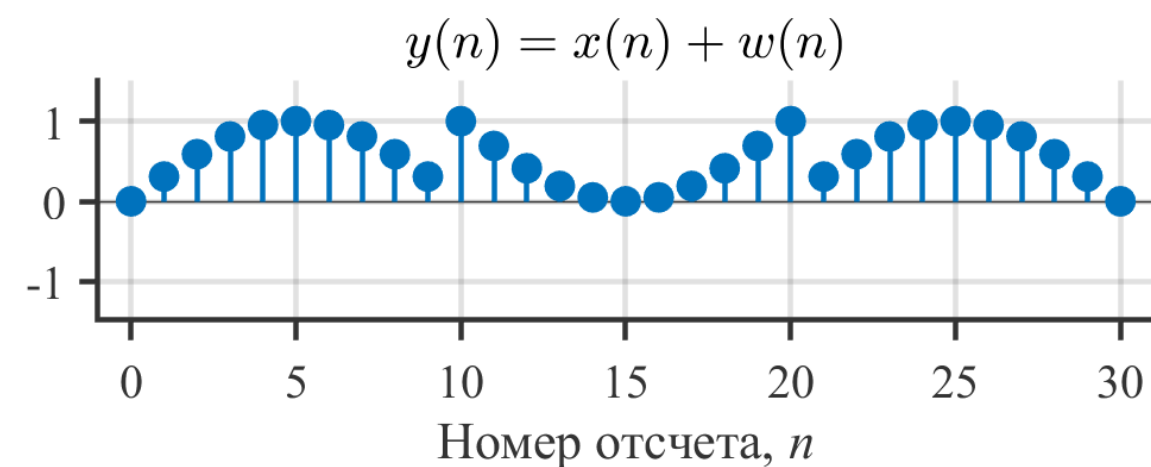
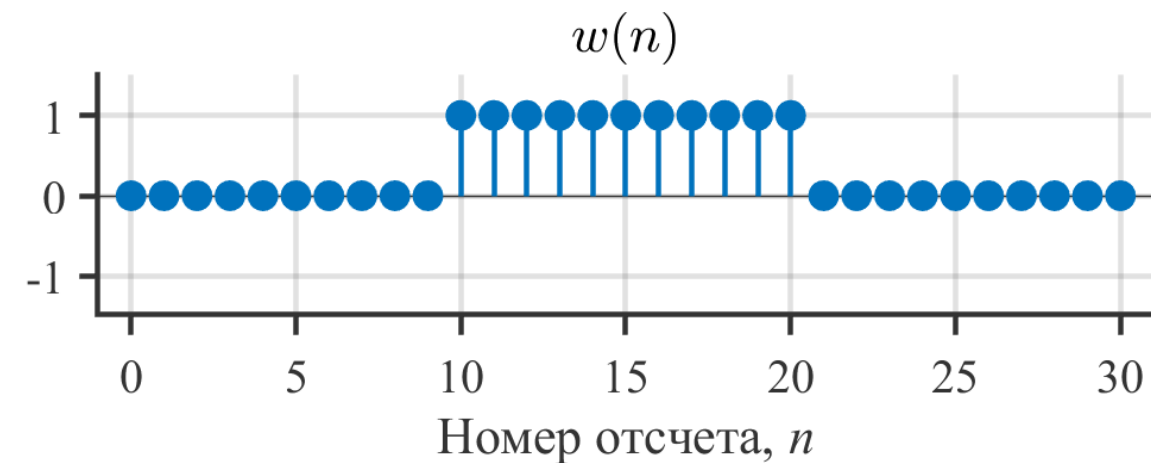
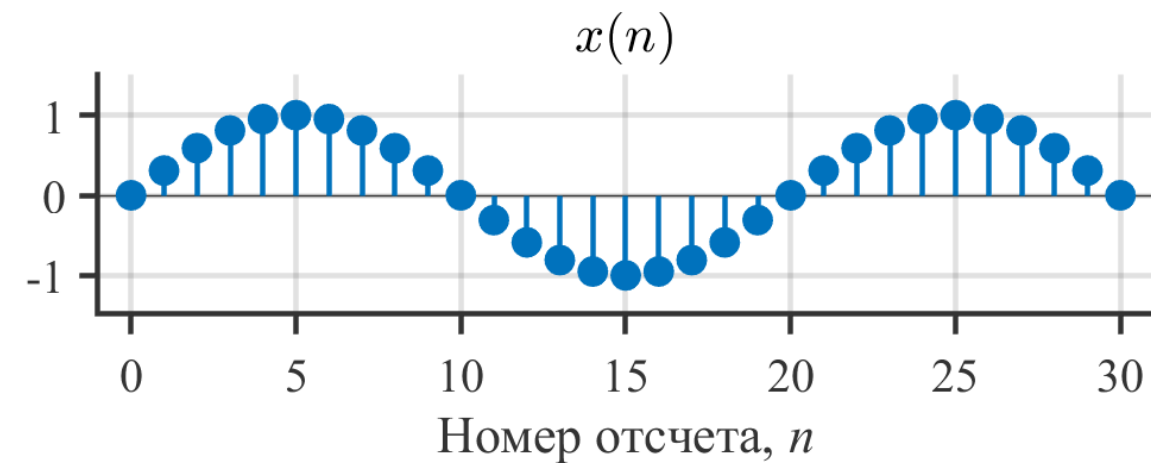
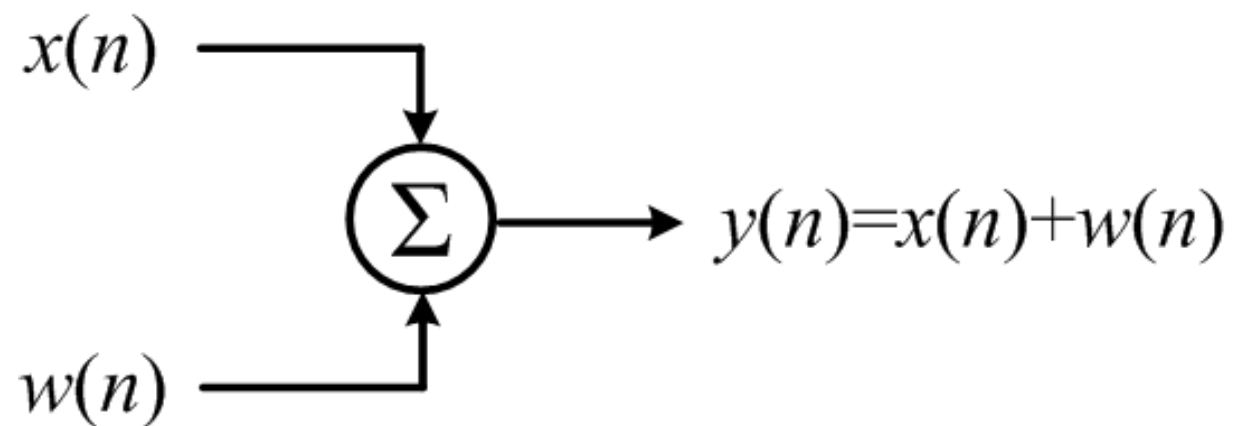


Операции над сигналами

Суммирование

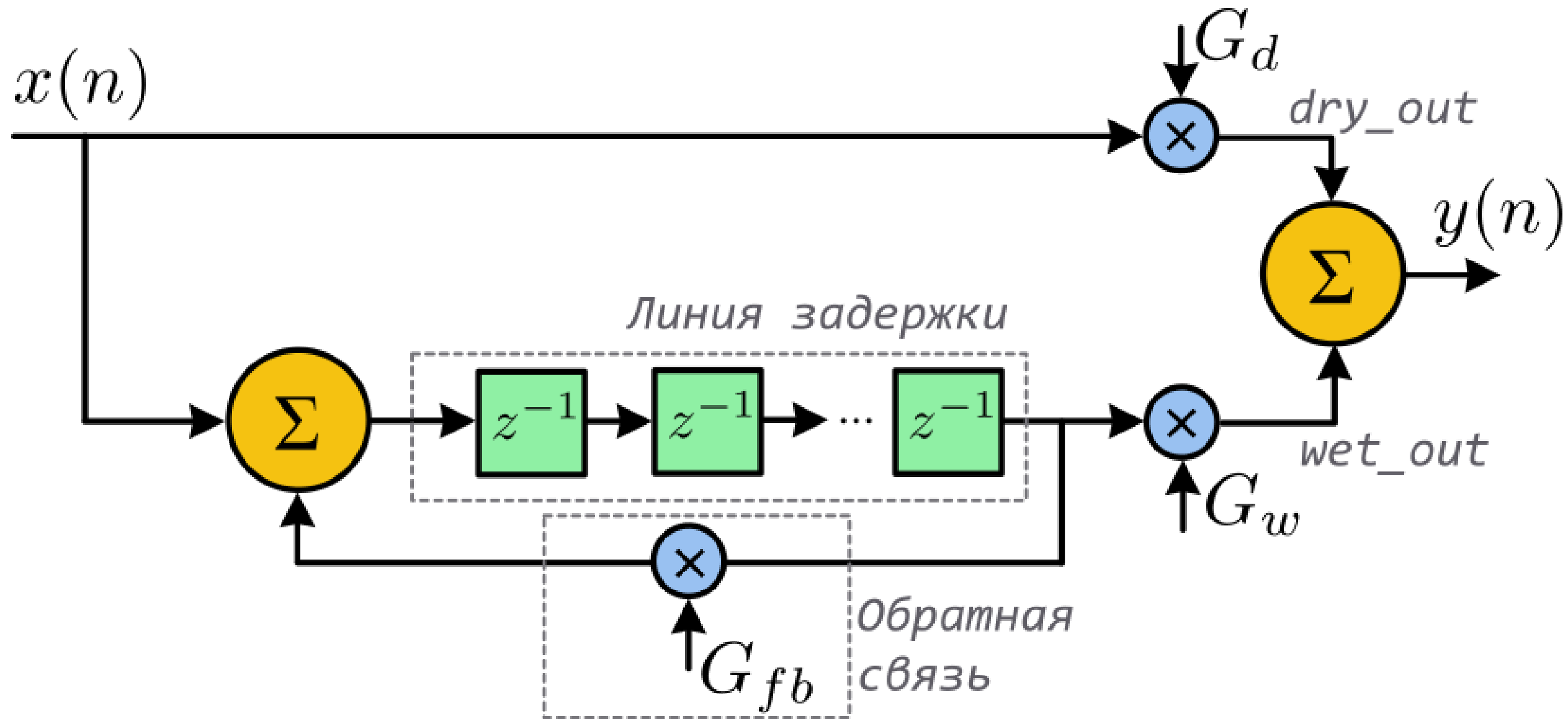
$$y(n) = x(n) + w(n)$$

Обозначение на схеме

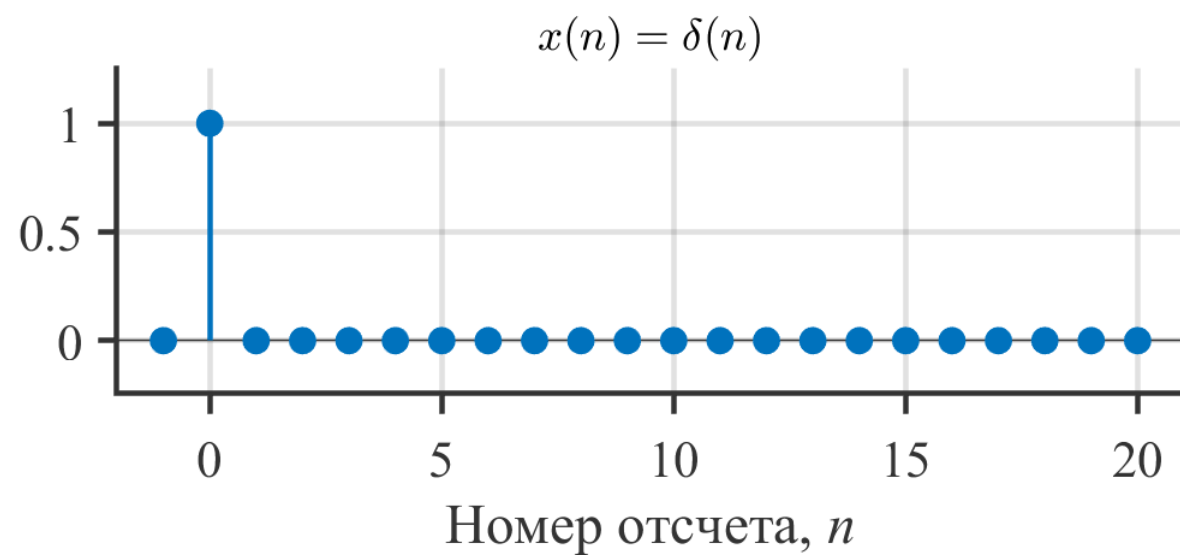
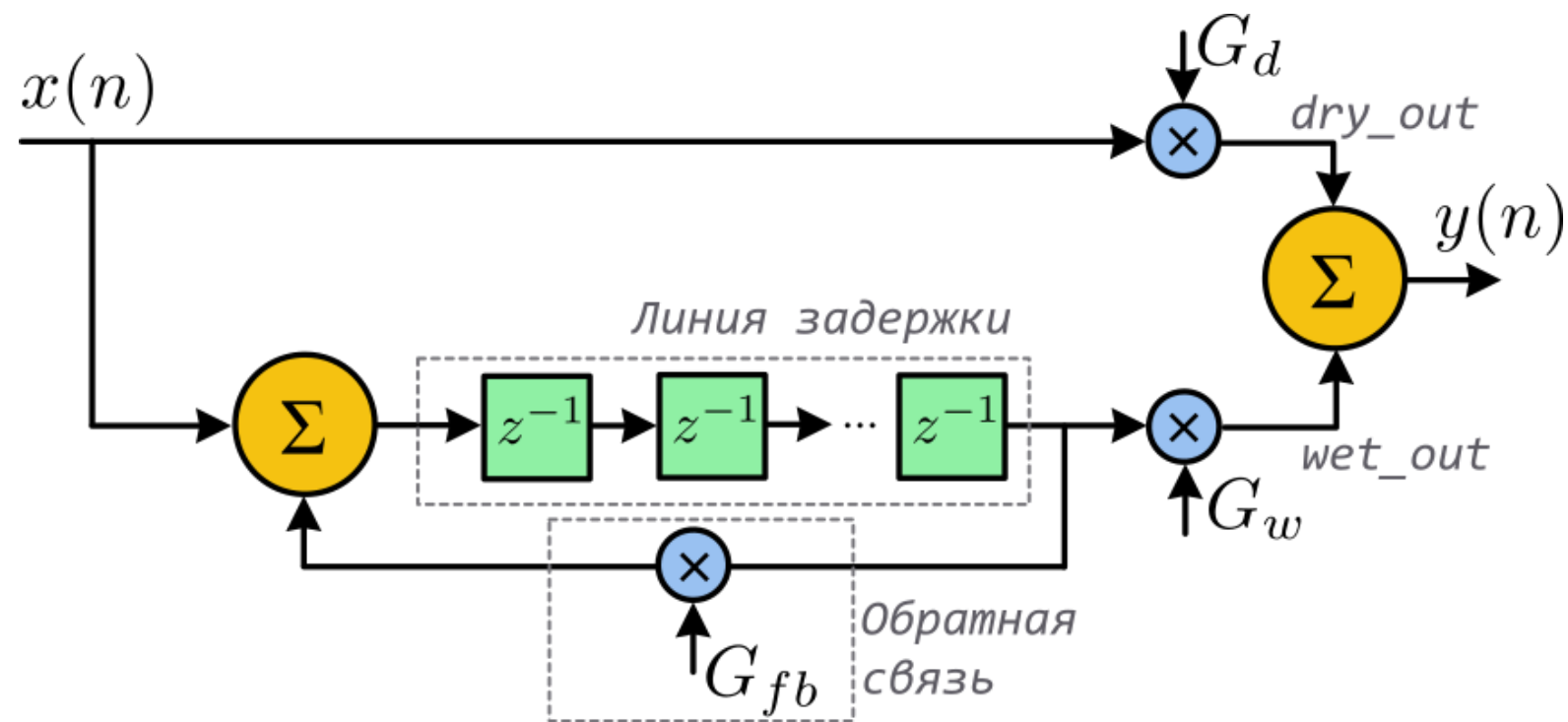


Пример: звуковой эффект «ЭХО»

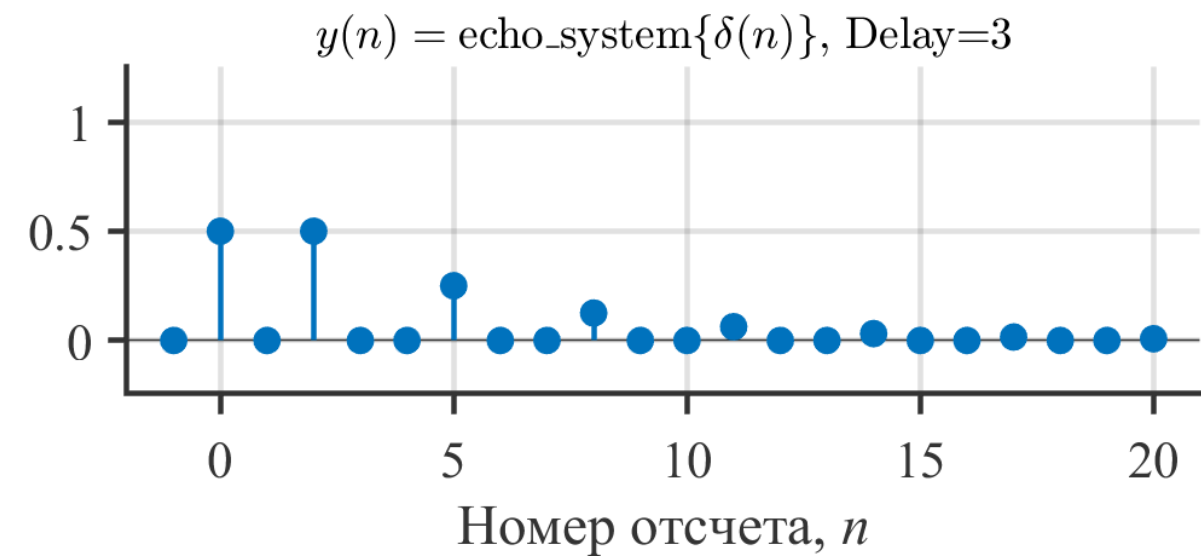
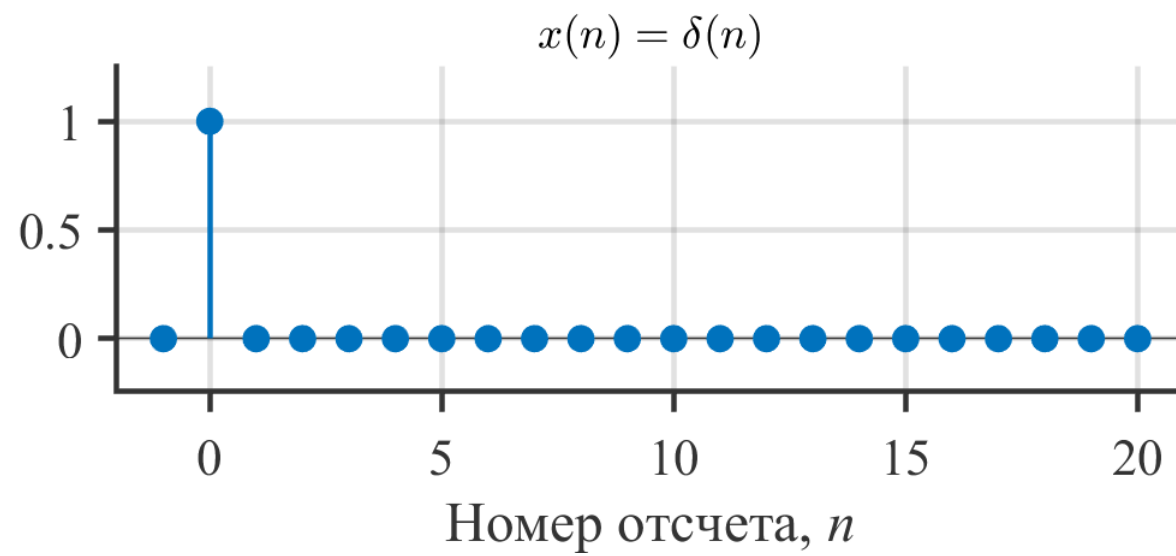
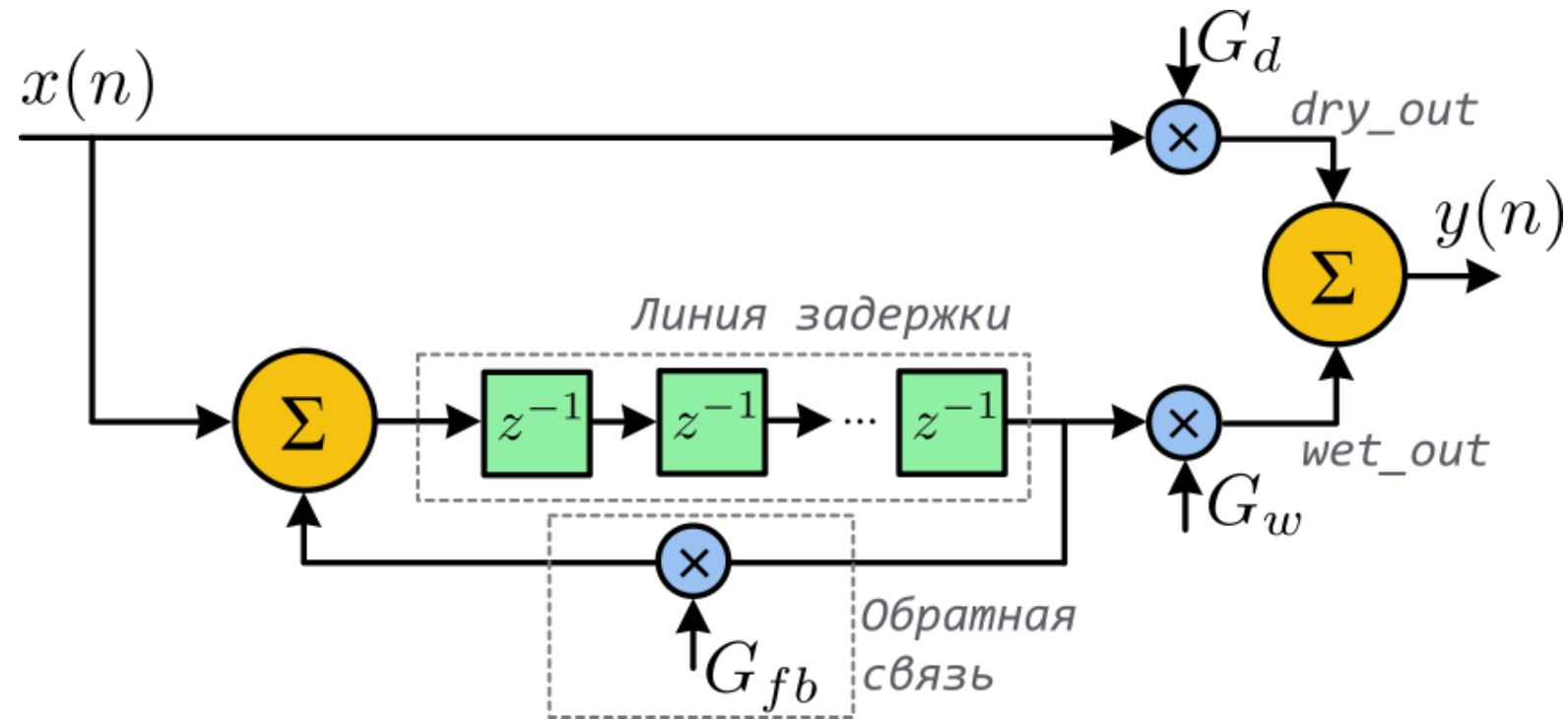
Задержка + масштабирование + суммирование = «ЭХО»



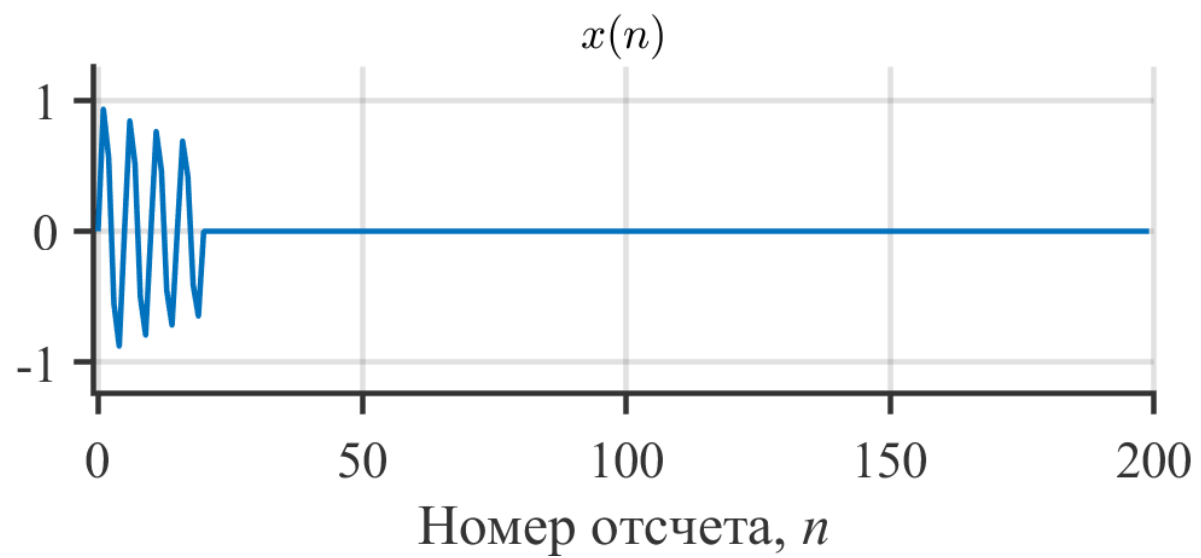
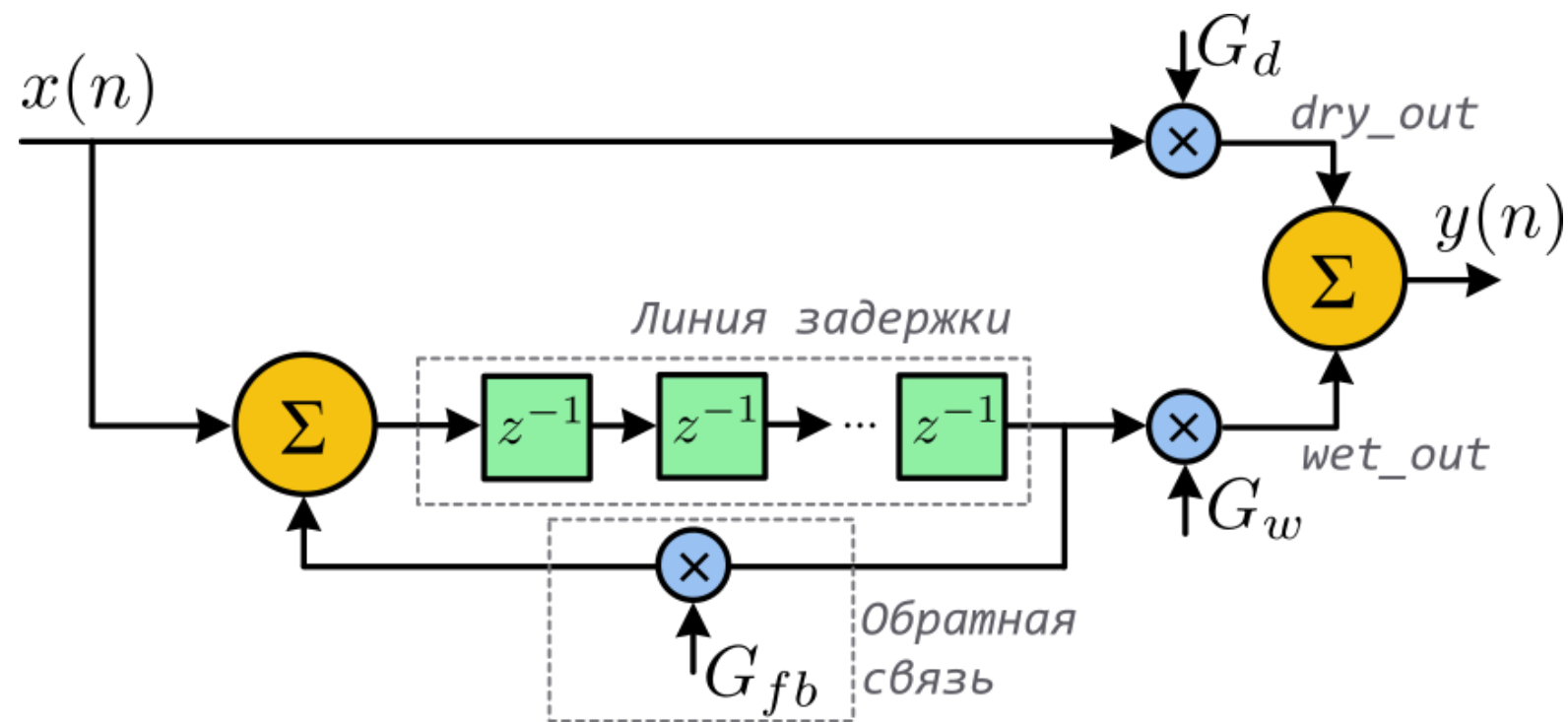
Пример: звуковой эффект «ЭХО»



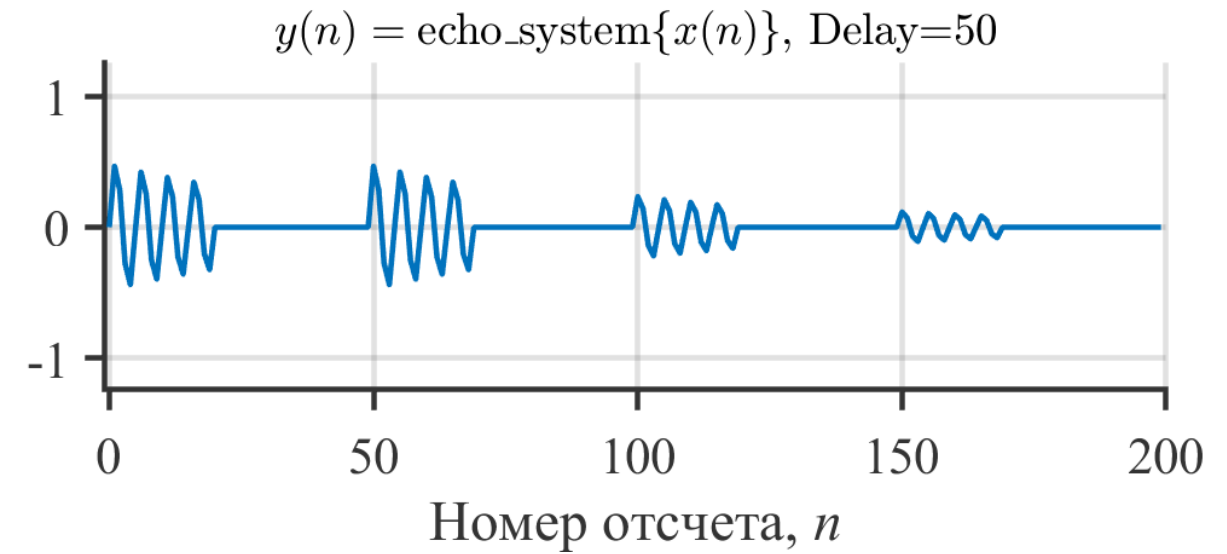
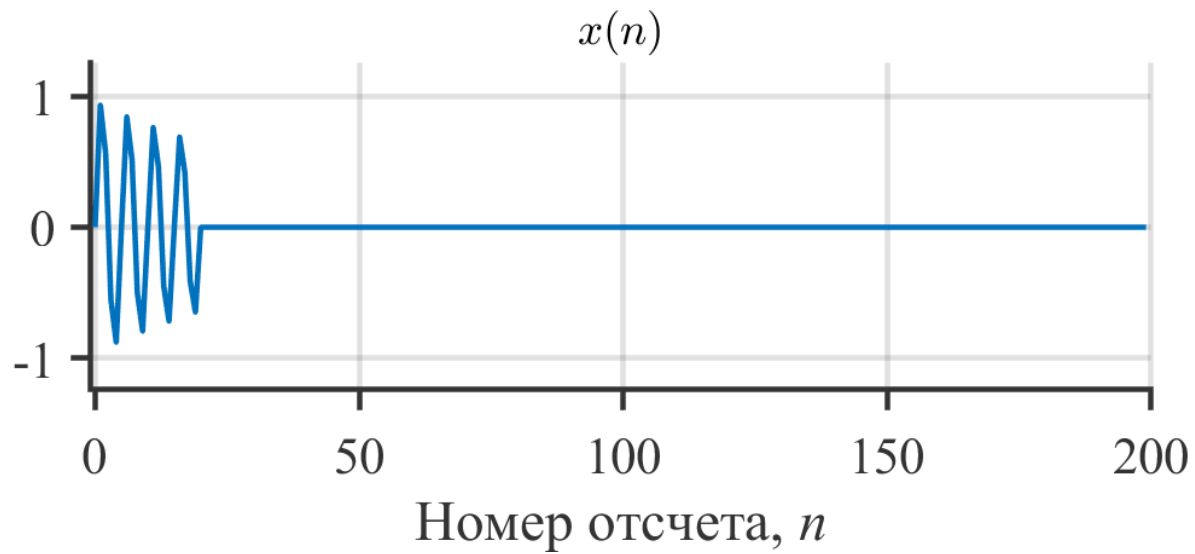
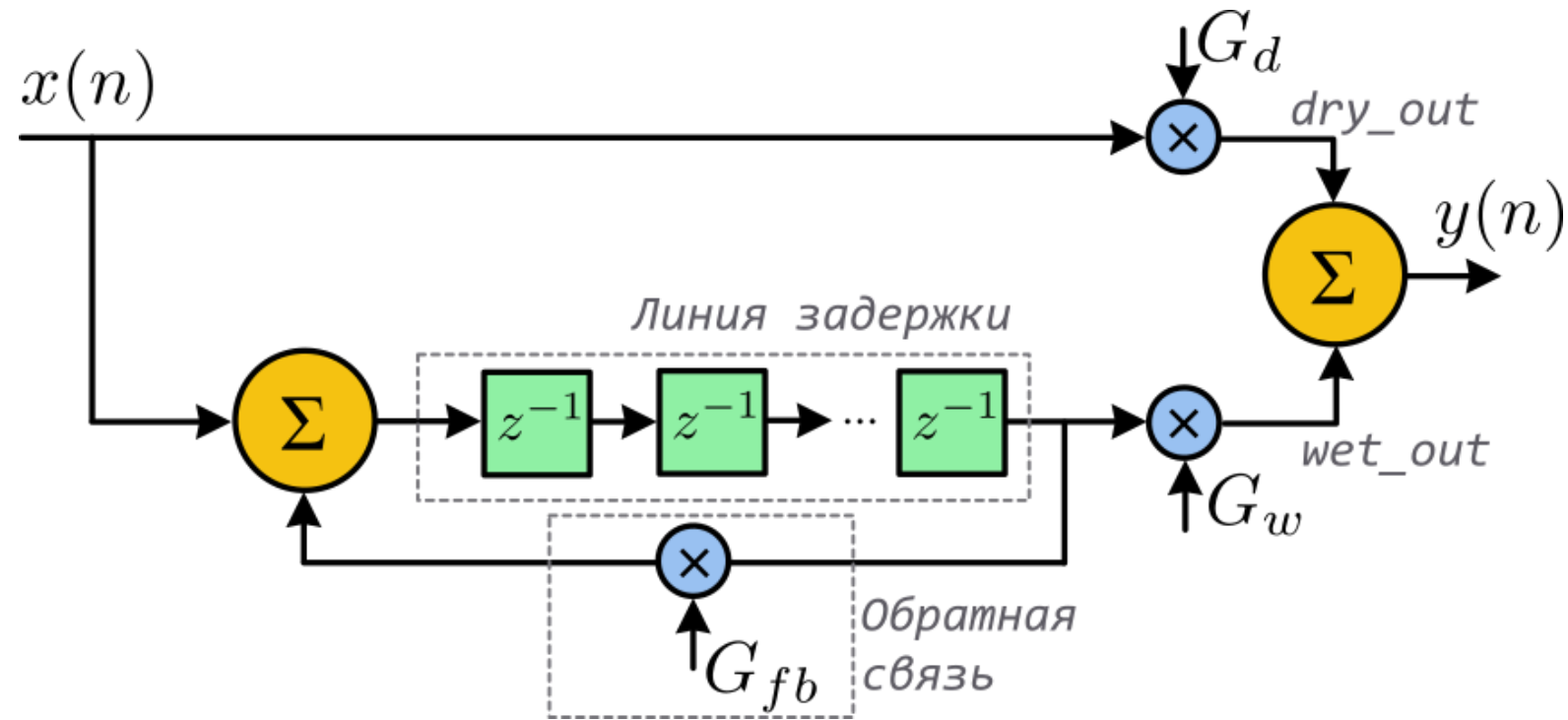
Пример: звуковой эффект «ЭХО»



Пример: звуковой эффект «ЭХО»



Пример: звуковой эффект «ЭХО»

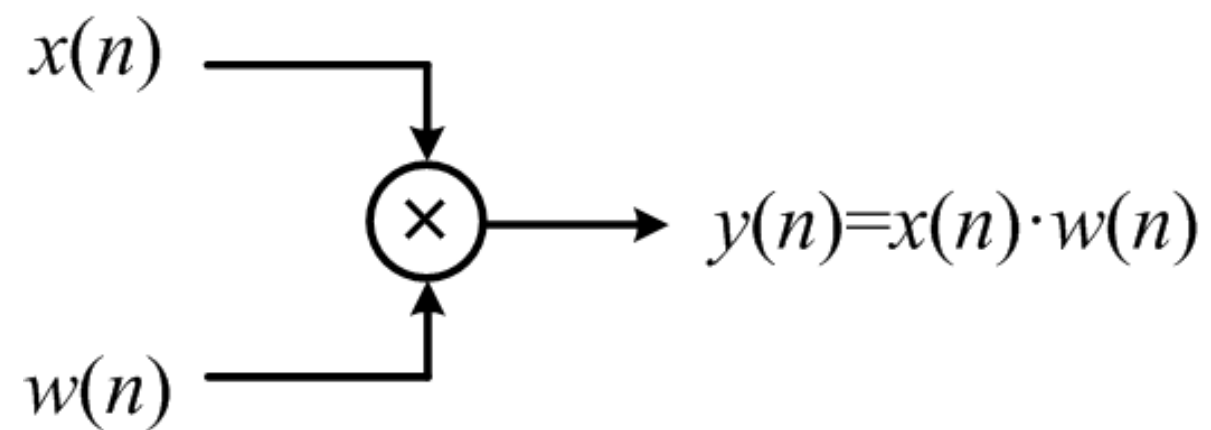


Операции над сигналами

Произведение

$$y(n) = x(n) \cdot w(n)$$

Обозначение на схеме

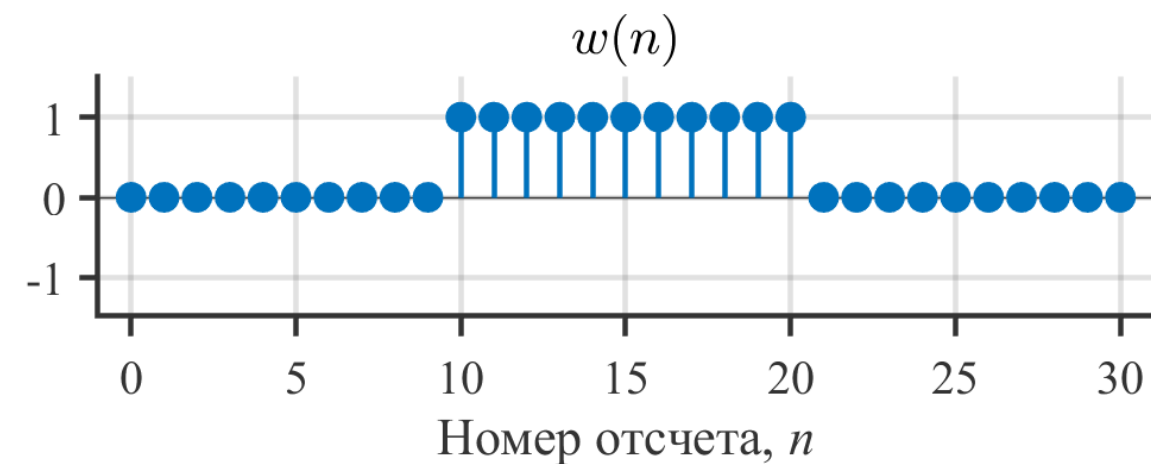
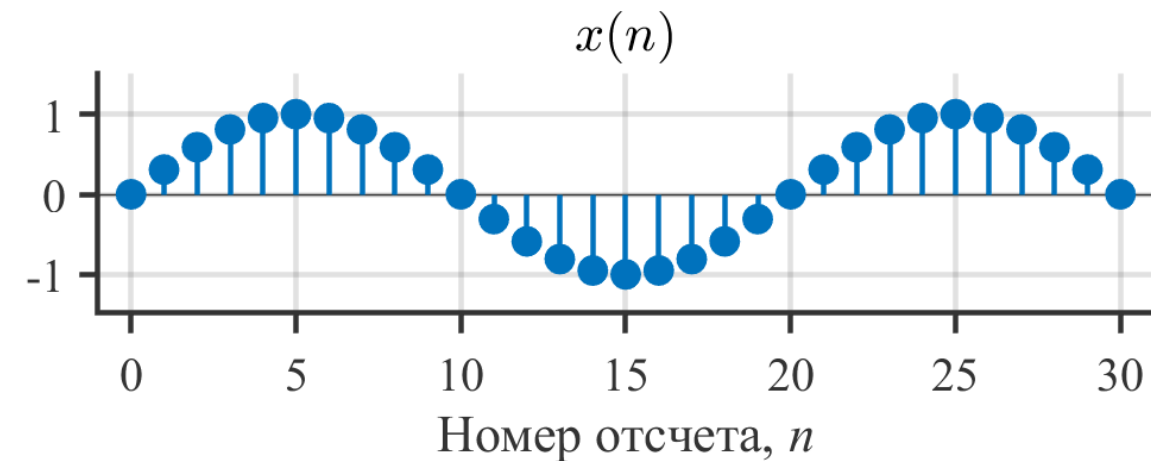
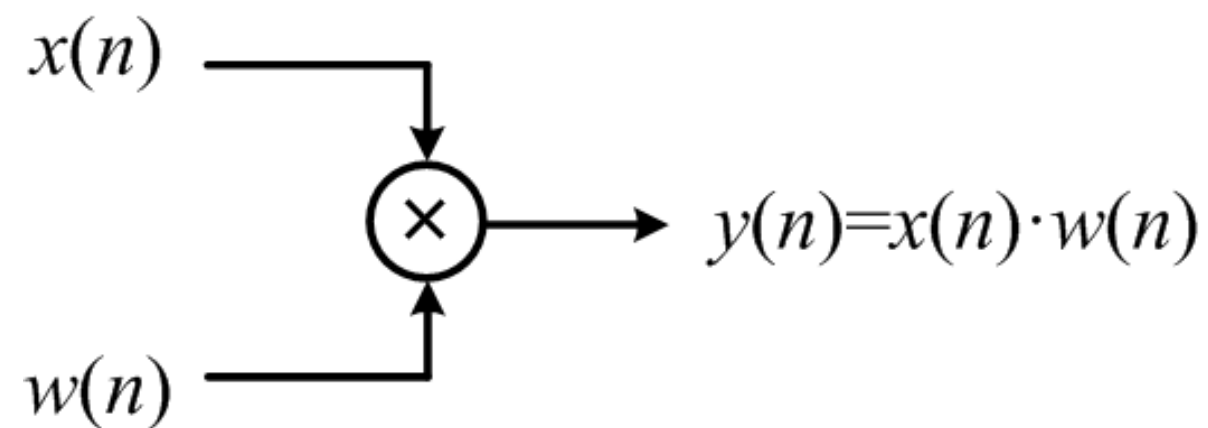


Операции над сигналами

Произведение

$$y(n) = x(n) \cdot w(n)$$

Обозначение на схеме

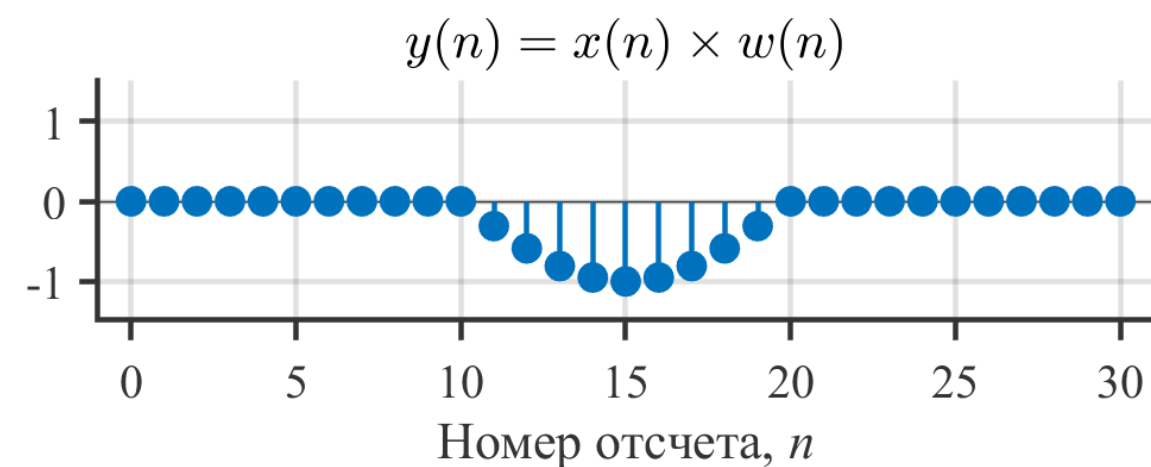
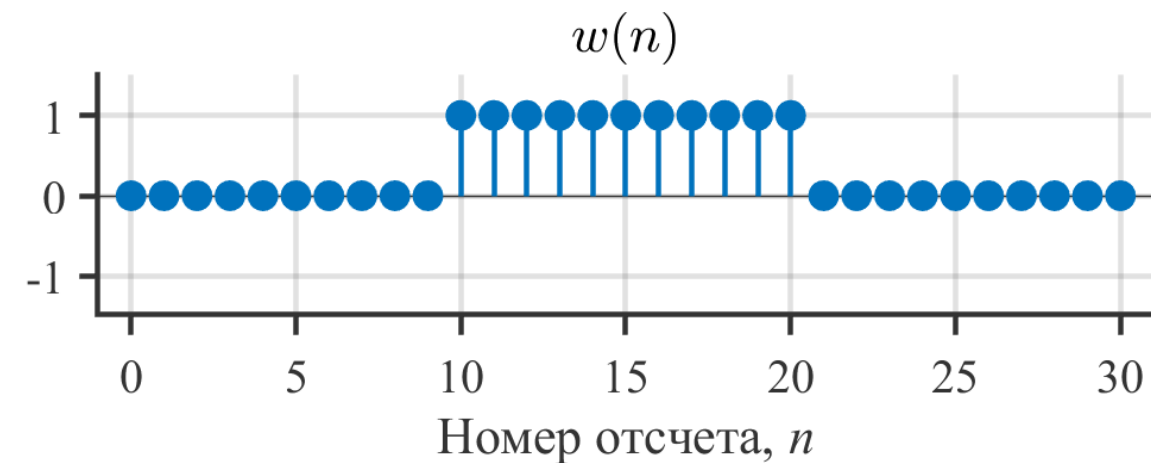
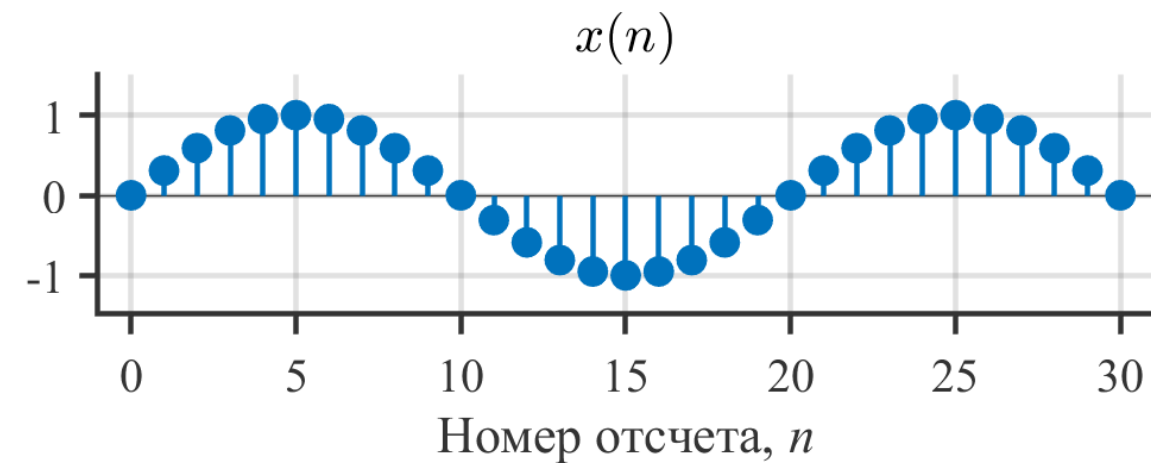
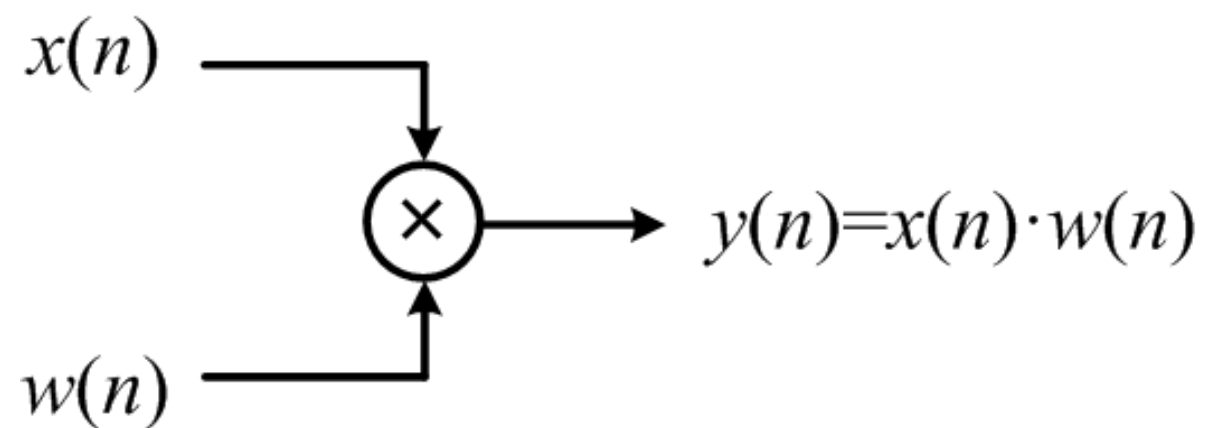


Операции над сигналами

Произведение

$$y(n) = x(n) \cdot w(n)$$

Обозначение на схеме



Пример дискретной системы

Задача 1

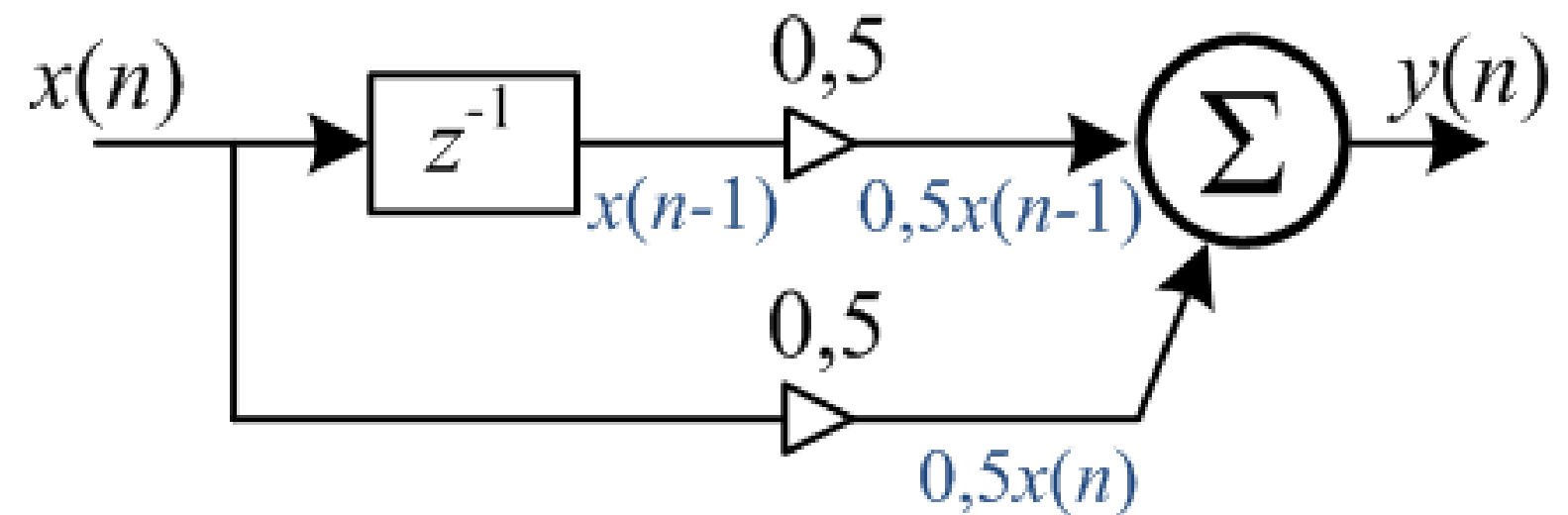
Построить блок-схему дискретной системы, осуществляющей «скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2} (x(n) + x(n - 1))$$

Блок схема дискретной системы

«Скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2} (x(n) + x(n - 1))$$



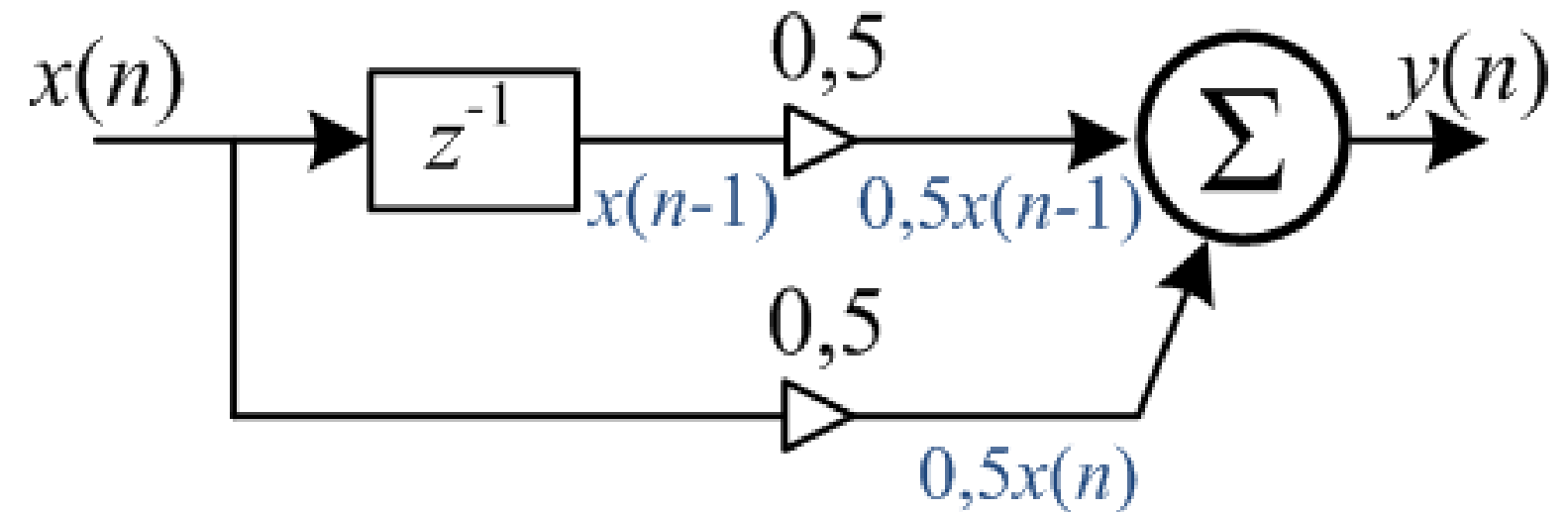
Задача 2

Построить отклик (реакцию) системы на единичный импульс.

Отклик дискретной системы на $\delta(n)$

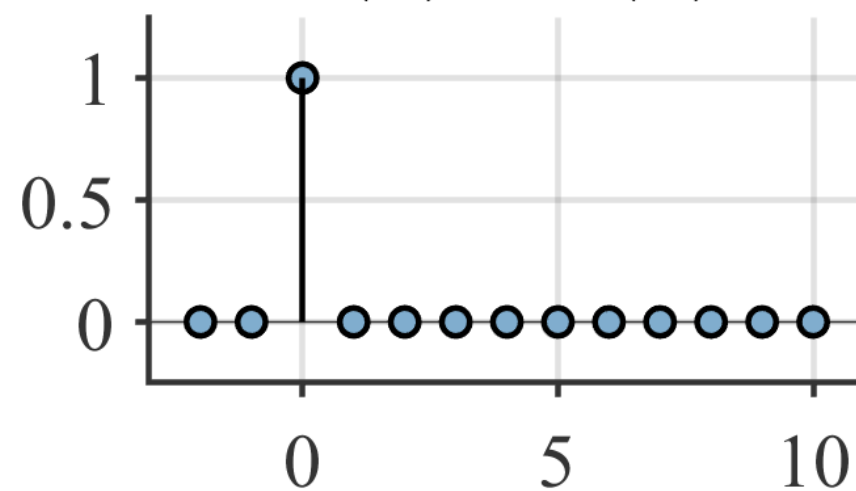
«Скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2} (x(n) + x(n-1])$$



Вход $x(n)$

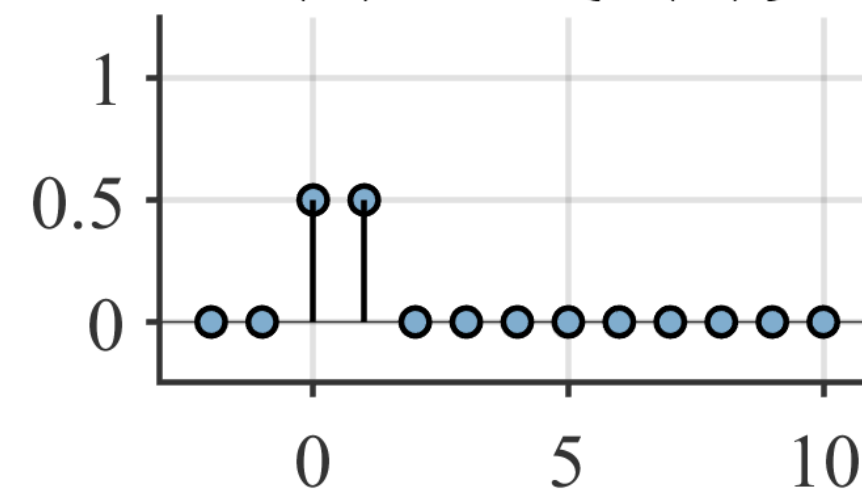
$$x(n) = \delta(n)$$



Номер отсчета, n

Выход $y(n)$

$$y(n) = T\{\delta(n)\}$$

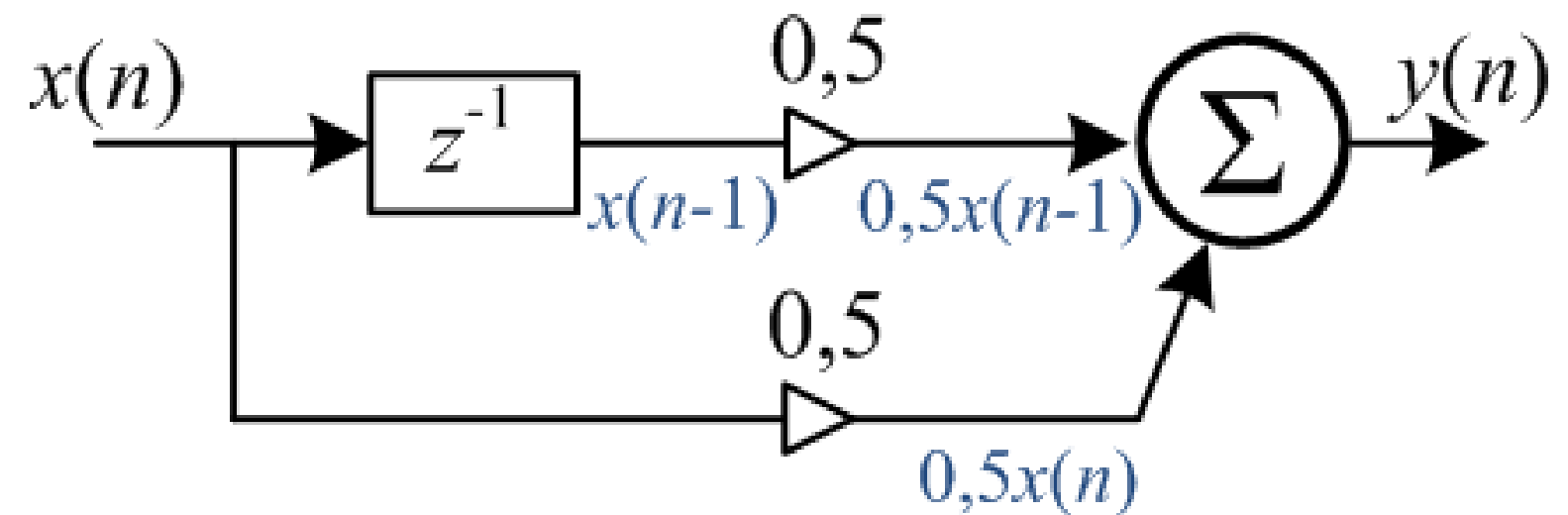


Номер отсчета, n

Дискретная система «скользящего» усреднения

«Скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2} (x(n) + x(n - 1))$$



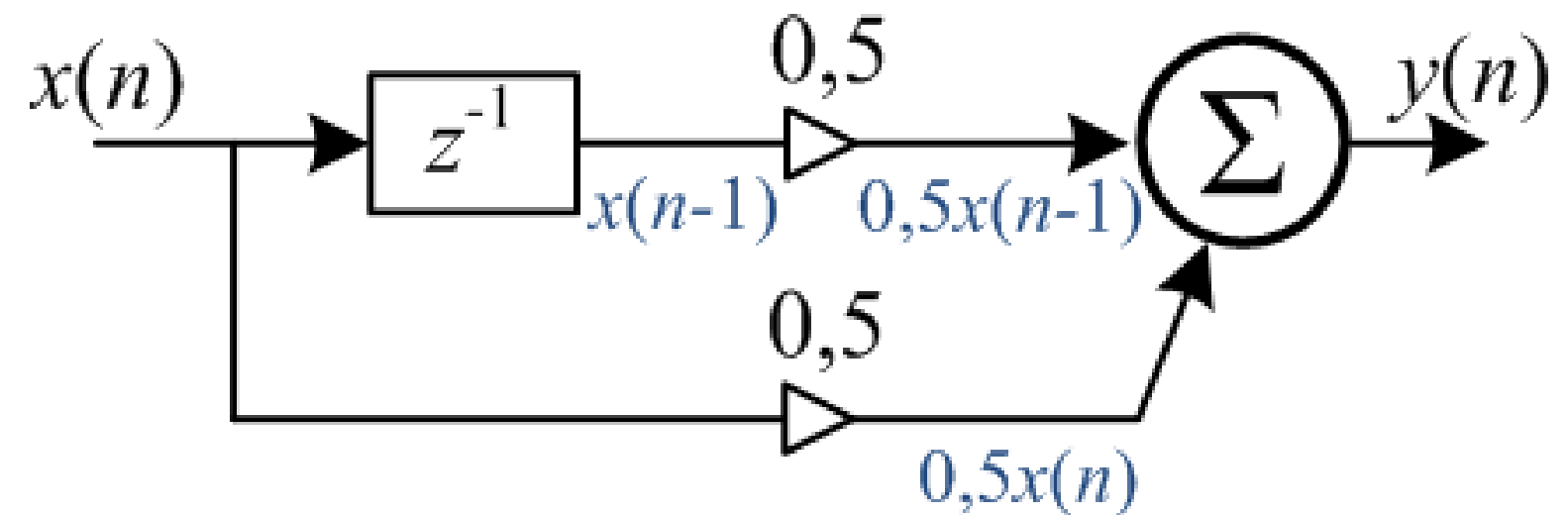
Задача 3

Построить отклик (реакцию) системы на единичный скачок.

Отклик дискретной системы на $u(n)$

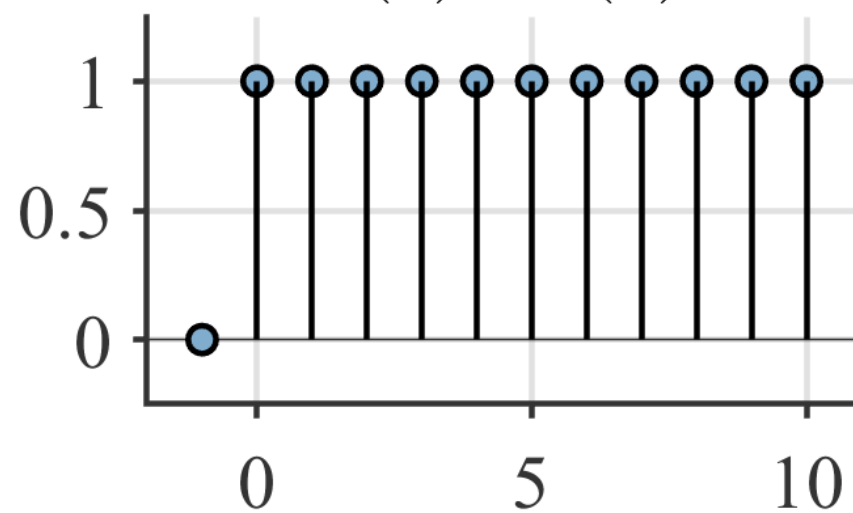
«Скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2} (x(n) + x(n-1])$$



Вход $x(n)$

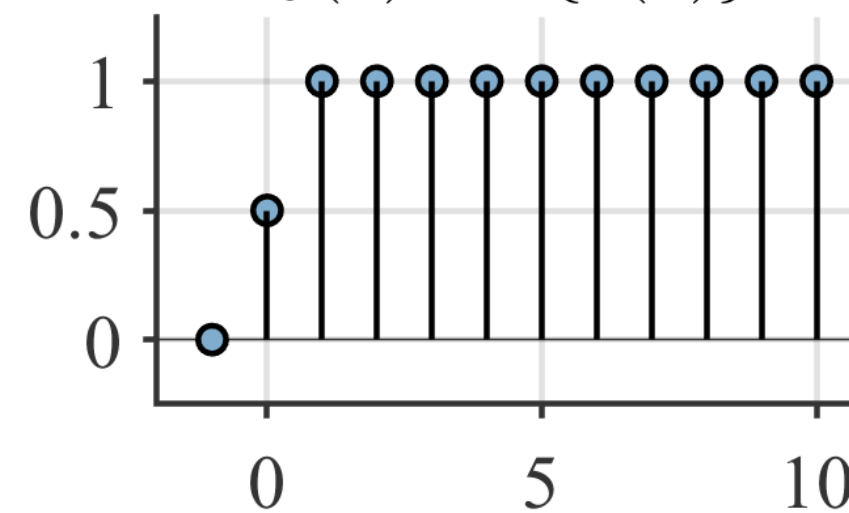
$$x(n) = u(n)$$



Номер отсчета, n

Выход $y(n)$

$$y(n) = T\{u(n)\}$$

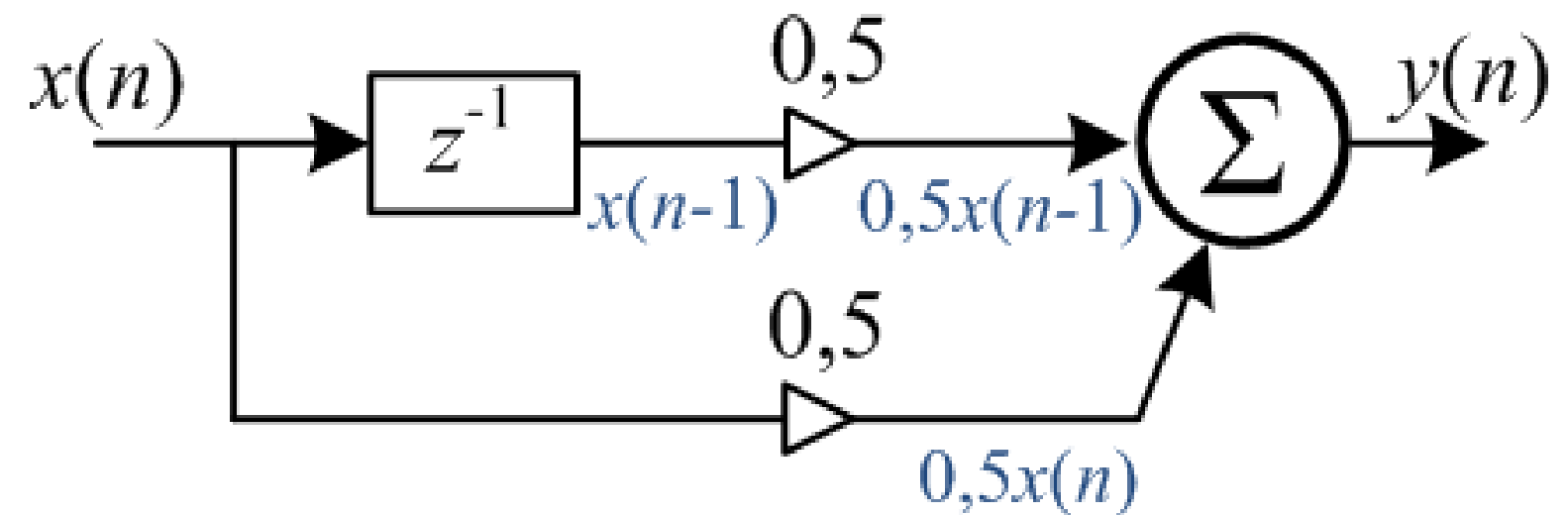


Номер отсчета, n

Отклик дискретной системы на синусоиду

«Скользящее» усреднение

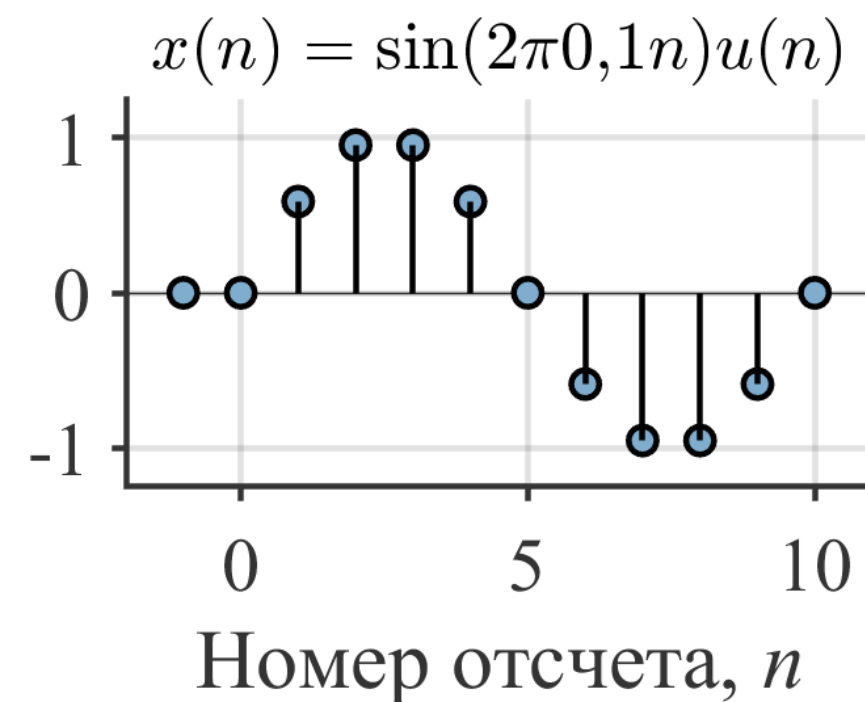
$$y(n) = \frac{1}{2} (x(n) + x(n-1))$$



Задача 4

Найти реакцию системы на синусоидальный сигнал

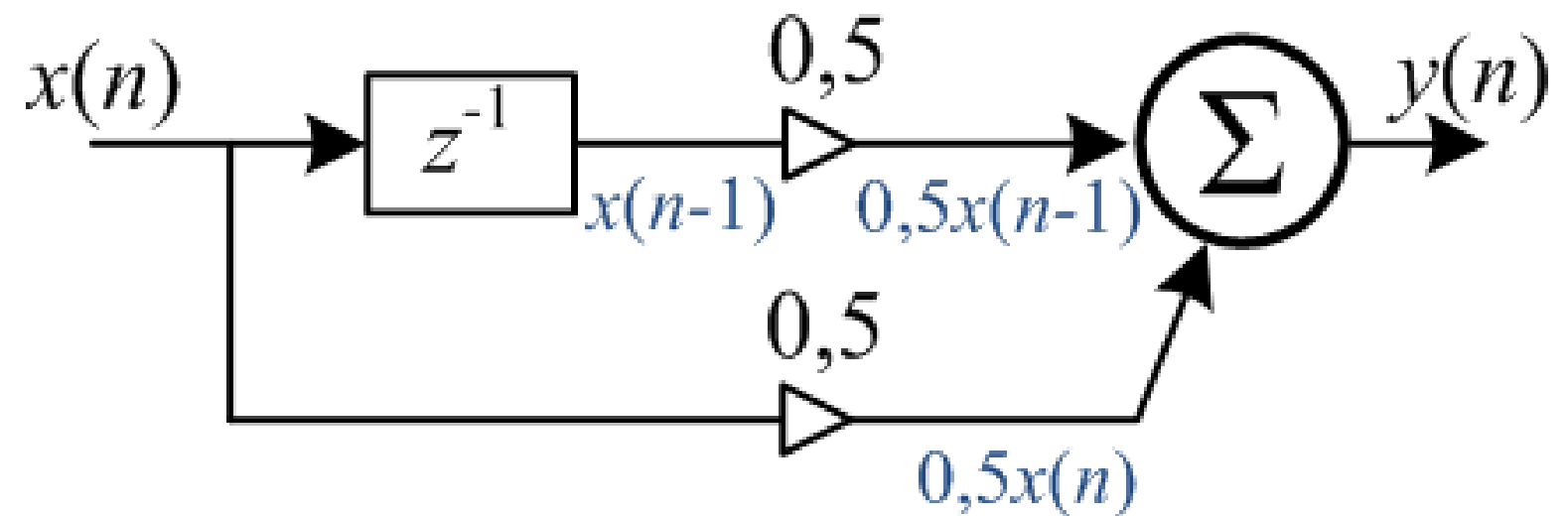
$$x(n) = \sin(2\pi 0,1n) u(n)$$



Отклик дискретной системы на синусоиду

«Скольльзящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2} (x(n) + x(n - 1))$$



Решение

Для $n > 1$ выход системы будет иметь следующий вид

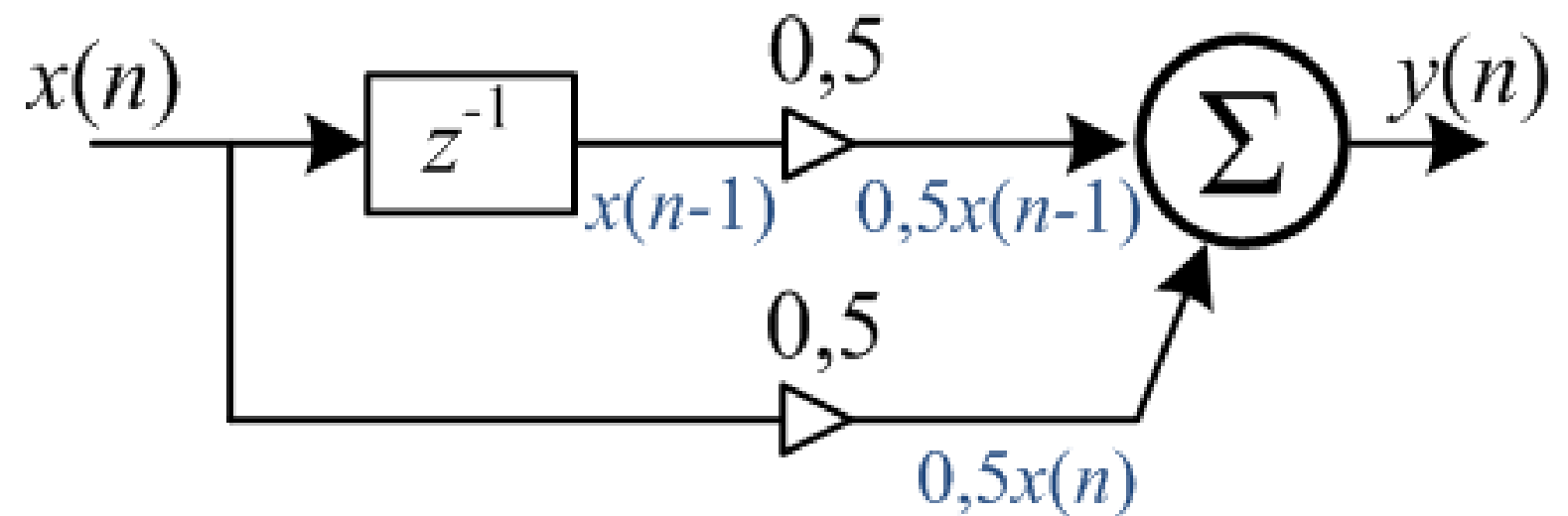
$$\begin{aligned} y(n) &= 0.5(\sin(\pi 0,2n) + \sin(\pi 0,2(n - 1))) \\ &= \left| \sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a + b}{2} \cos \frac{a - b}{2} \right. \\ &= \sin(\pi 0,2n - \pi 0,1) \cos(\pi 0,1). \end{aligned}$$

!! Обратите внимание, что выходной сигнал имеет такую же частоту, как и входной сигнал. Отличается лишь амплитуда и фаза выходного сигнала.

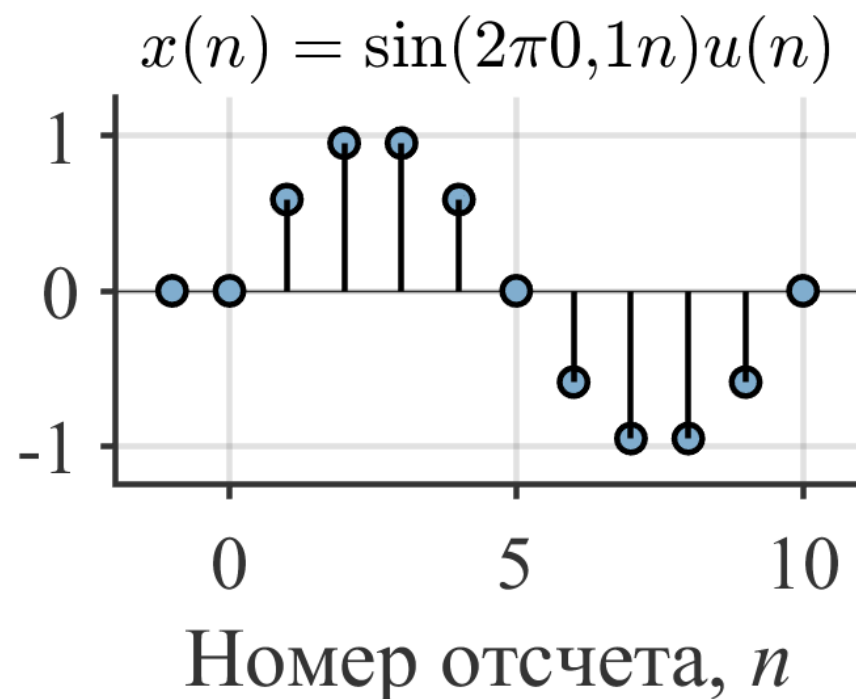
Отклик дискретной системы на синусоиду

«Скользящее» усреднение

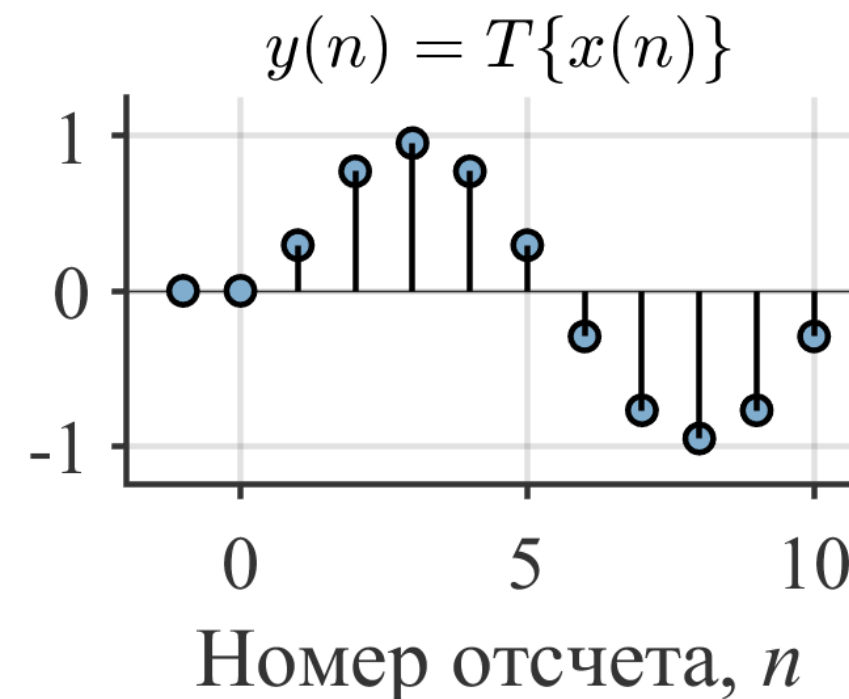
$$y(n) = \frac{1}{2} (x(n) + x(n-1])$$



Вход $x(n)$



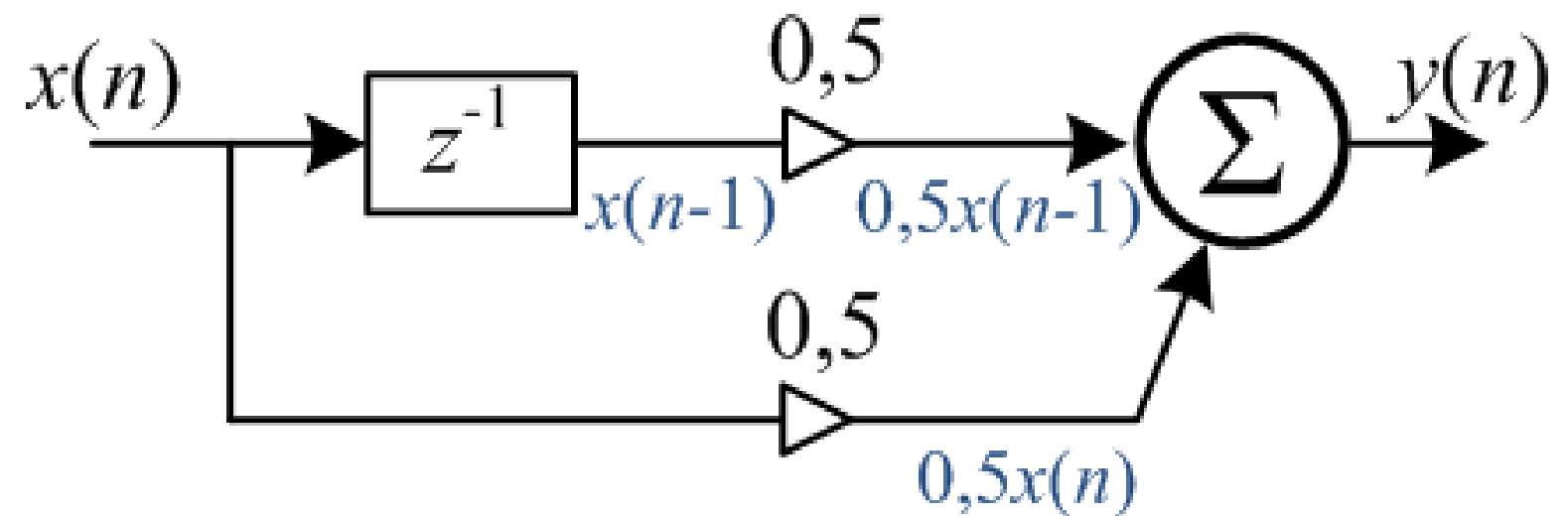
Выход $y(n)$



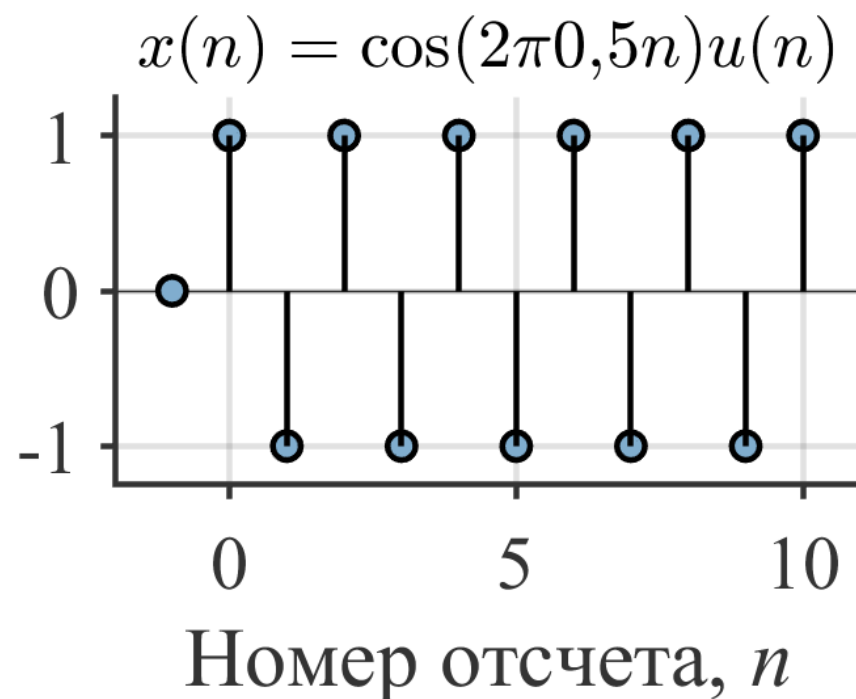
Отклик дискретной системы на синусоиду

«Скользящее» усреднение

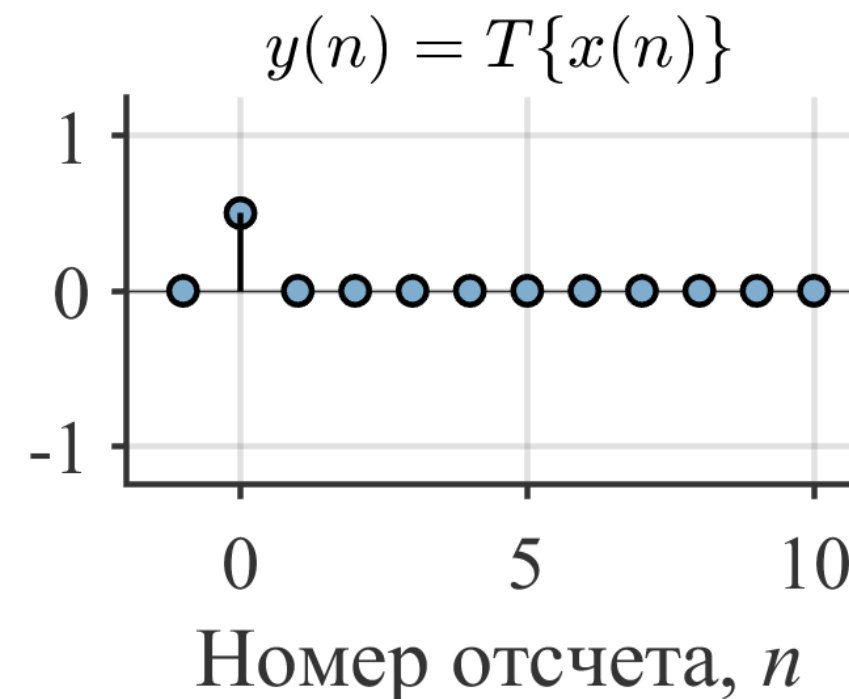
$$y(n) = \frac{1}{2} (x(n) + x(n-1])$$



Вход $x(n)$



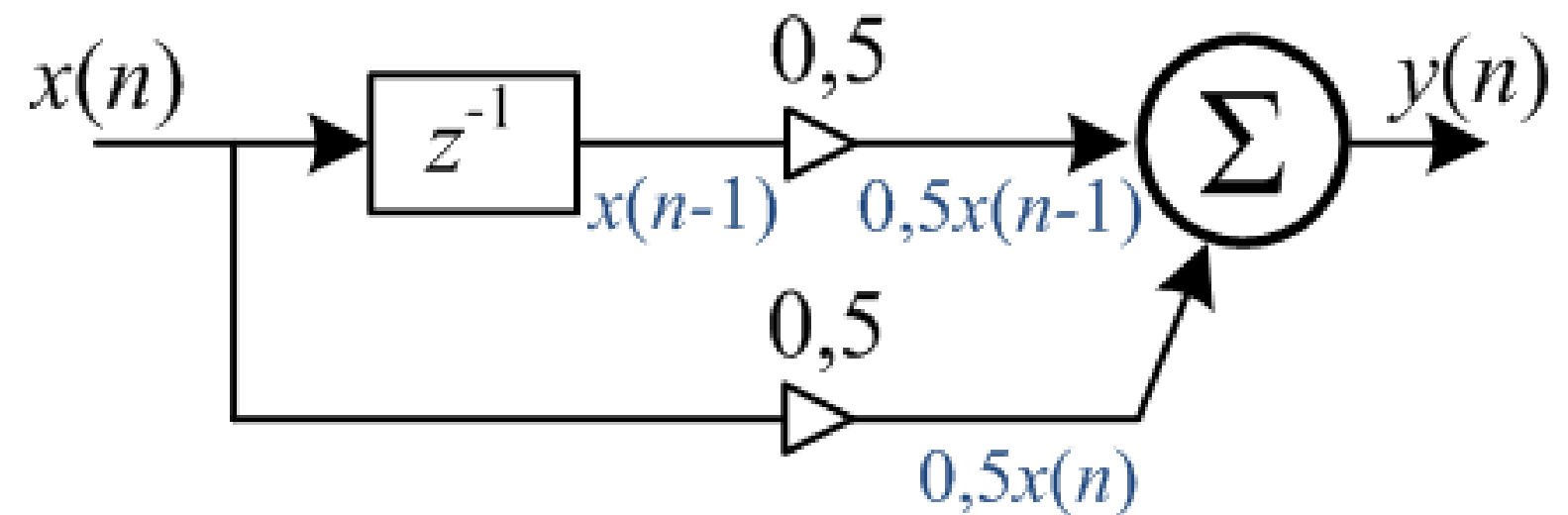
Выход $y(n)$



Программная реализация дискретной системы

«Скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2} (x(n) + x(n - 1))$$



Реализация на MATLAB

```
% x – входной сигнал
N = length(x);           % длина сигнала
x_mem = zeros(1,1);     % память входных отсчетов
y = zeros(1,N);         % выходной сигнал
```

```
for n = 1:length(x)
    y(n) = x(n)*0.5 + x_mem*0.5;
    % обновление памяти
    x_mem = x(n);
end
```

Дополнительные примеры дискретных систем

Идеальная система задержка (ИСЗ)

$$y(n) = x(n - n_d), \quad -\infty < n < \infty,$$

где n_d – натуральное число, называемое *задержкой* системы. ИСЗ сдвигает входную последовательность $x(n)$ вправо на n_d отсчетов.

Дополнительные примеры дискретных систем

Идеальная система задержка (ИСЗ)

$$y(n) = x(n - n_d), \quad -\infty < n < \infty,$$

где n_d – натуральное число, называемое *задержкой* системы. ИСЗ сдвигает входную последовательность $x(n)$ вправо на n_d отсчетов.

Скользящее среднее

Общая система скользящего среднего

$$\begin{aligned} y(n) &= \frac{1}{L + N + 1} \sum_{k=-L}^N x(n - k) = \\ &= \frac{1}{L + N + 1} \cdot (x(n + L) + x(n + L - 1) + \dots + x(n) + \dots + x(n - N)). \end{aligned}$$

Она вычисляет n -й отсчет выходной последовательности $y(n)$ как среднее арифметическое $(L + N + 1)$ отсчетов входной последовательности, расположенных около n -го отсчета.

Определение дискретной системы

Система с дискретным временем определяется как *преобразование*, или *оператор*, переводящий входную последовательность $x(n)$ в выходную последовательность $y(n)$ отклик (или реакцию) системы, что можно обозначить как

$$y(n) = T\{x(n)\}.$$

!! Не путать функцию и оператор

Примеры

1) $y(n) = \frac{1}{2}(x(n) + x(n - 1))$ (скользящее среднее)

2) $y(n) = x(n - n_d)$ (ИСЗ)

3) $y(n) = \sum_{k=-\infty}^n x(k)$ («кассовый аппарат»)

Дискретная система: пример

Задача

Записать разностное уравнение дискретной системы, заданной в виде блок-схемы.

