

ТЕОРИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ Вычисление ДВПФ

д.т.н., доцент Фашкевич Максим Юсифович



Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Кафедра электронных вычислительных средств

Таблица ДВПФ

Последовательность $x(n)$	ДВПФ $X(e^{j\omega})$
$\delta(n)$	1
$\delta(n - n_0)$	$e^{j\omega n_0}$
1 $(-\infty < n < \infty)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(\omega + 2\pi k)$
$\alpha^n u(n), \quad (\alpha < 1)$	$\frac{1}{1 - \alpha e^{-j\omega}}$
$u(n)$	$\frac{1}{1 - e^{-j\omega}} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi\delta(\omega + 2\pi k)$
$(n + 1)\alpha^n u(n), \quad (\alpha < 1)$	$\frac{1}{(1 - \alpha e^{-j\omega})^2}$
$u(n - M - 1) - u(n)$	$\sin(\omega(M + 1)/2) / \sin\left(\frac{\omega}{2}\right) e^{-j\omega M/2}$

Вычисление ДВПФ при помощи таблиц

Найти ДВПФ последовательности

$$x(n) = r^n u(n - 5), \quad |r| < 1.$$

Вычисление ДВПФ при помощи таблиц

Найти ДВПФ последовательности

$$x(n) = r^n u(n - 5), \quad |r| < 1.$$

1) Введем сигнал

$$x_1(n) = r^n u(n).$$

Вычисление ДВПФ при помощи таблиц

Найти ДВПФ последовательности

$$x(n) = r^n u(n - 5), \quad |r| < 1.$$

1) Введем сигнал

$$x_1(n) = r^n u(n).$$

2) Согласно таблице

$$X_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - re^{-j\omega}}.$$

Вычисление ДВПФ при помощи таблиц

Найти ДВПФ последовательности

$$x(n) = r^n u(n - 5), \quad |r| < 1.$$

1) Введем сигнал

$$x_1(n) = r^n u(n).$$

2) Согласно таблице

$$X_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - r e^{-j\omega}}.$$

3) Выполним задержку $x_1(n)$

$$x_2(n) = x_1(n - 5) = r^{n-5} u(n - 5).$$

Вычисление ДВПФ при помощи таблиц

Найти ДВПФ последовательности

$$x(n) = r^n u(n - 5), \quad |r| < 1.$$

1) Введем сигнал

$$x_1(n) = r^n u(n).$$

2) Согласно таблице

$$X_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - re^{-j\omega}}.$$

3) Выполним задержку $x_1(n)$

$$x_2(n) = x_1(n - 5) = r^{n-5} u(n - 5).$$

4) По свойству временного сдвига

$$X_2(e^{j\omega}) = e^{-j5\omega} X_1(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j5\omega}}{1 - re^{-j\omega}}.$$

Вычисление ДВПФ при помощи таблиц

Найти ДВПФ последовательности

$$x(n) = r^n u(n - 5), \quad |r| < 1.$$

1) Введем сигнал

$$x_1(n) = r^n u(n).$$

2) Согласно таблице

$$X_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - re^{-j\omega}}.$$

3) Выполним задержку $x_1(n)$

$$x_2(n) = x_1(n - 5) = r^{n-5} u(n - 5).$$

4) По свойству временного сдвига

$$X_2(e^{j\omega}) = e^{-j5\omega} X_1(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j5\omega}}{1 - re^{-j\omega}}.$$

5) Умножаем сигнал на r^5

$$x_2(n)r^5 = r^n u(n - 5) = x(n)$$

Вычисление ДВПФ при помощи таблиц

Найти ДВПФ последовательности

$$x(n) = r^n u(n - 5), \quad |r| < 1.$$

1) Введем сигнал

$$x_1(n) = r^n u(n).$$

2) Согласно таблице

$$X_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - r e^{-j\omega}}.$$

3) Выполним задержку $x_1(n)$

$$x_2(n) = x_1(n - 5) = r^{n-5} u(n - 5).$$

4) По свойству временного сдвига

$$X_2(e^{j\omega}) = e^{-j5\omega} X_1(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j5\omega}}{1 - r e^{-j\omega}}.$$

5) Умножаем сигнал на r^5

$$x_2(n) r^5 = r^n u(n - 5) = x(n)$$

6) По свойству линейности

$$X(e^{j\omega}) = r^5 X_2(e^{j\omega}) = \frac{r^5 e^{-j5\omega}}{1 - r e^{-j\omega}}.$$

Вычисление обратного ДВПФ

Найти ОДВПФ

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{(1 - ae^{-j\omega})(1 - be^{-j\omega})}$$

Используем прием *разложения рациональной дроби в сумму простейших*.

$$X(e^{j\omega}) = \frac{A}{1 - ae^{-j\omega}} + \frac{B}{1 - be^{-j\omega}}$$

A, B ?

Вычисление обратного ДВПФ

Найти ОДВПФ

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{(1 - ae^{-j\omega})(1 - be^{-j\omega})}$$

Используем прием *разложения рациональной дроби в сумму простейших*.

$$X(e^{j\omega}) = \frac{a}{a-b} \cdot \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}} - \frac{b}{a-b} \cdot \frac{1}{1 - be^{-j\omega}}$$

Из свойства линейности ДВПФ следует, что

$$x(n) = \left(\frac{a}{a-b}\right) a^n u(n) - \left(\frac{b}{a-b}\right) b^n u(n).$$