



КАФЕДРА ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ИНФОРМАЦИОННО-
КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

MATHCAD

ПРИКЛАДНЫЕ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

АЛЕКСЕЕВ Виктор Федорович
канд.техн.наук, доцент



КАФЕДРА ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ИНФОРМАЦИОННО-
КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

MATHCAD

Математический пакет MathCad



НАЗНАЧЕНИЕ MathCad

MathCAD является математическим редактором, позволяющим проводить разнообразные научные и инженерные расчеты, от элементарной арифметики до реализации сложных численных методов. Благодаря простоте применения, наглядности математических действий, обширной библиотеке встроенных функций и численных методов, возможности символьных вычислений, а также превосходному аппарату представления результатов (графики самых разных типов, мощных средств подготовки печатных документов и Web-страниц), MathCAD стал наиболее популярным математическим приложением.



НАЗНАЧЕНИЕ MathCad

MathCAD - система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением, отличается легкостью использования и применения для коллективной работы. Mathcad был задуман и первоначально написан Алленом Раздовым из Массачусетского технологического института (MIT), соучредителем компании Mathsoft, которая с 2006 года является частью корпорации PTC (*Parametric Technology Corporation*).



ПОДСИСТЕМЫ MathCad

- ❑ **Текстовый редактор** служит для ввода и редактирования текстов. Текст может состоять из слов, мат. выражений и формул. MathCAD использует общепринятую мат. Символику.
- ❑ **Вычислитель** обеспечивает вычисления по мат. Формулам и имеет большой набор мат. Функций.
- ❑ **Графический процессор** используется для построения графиков и поверхностей.



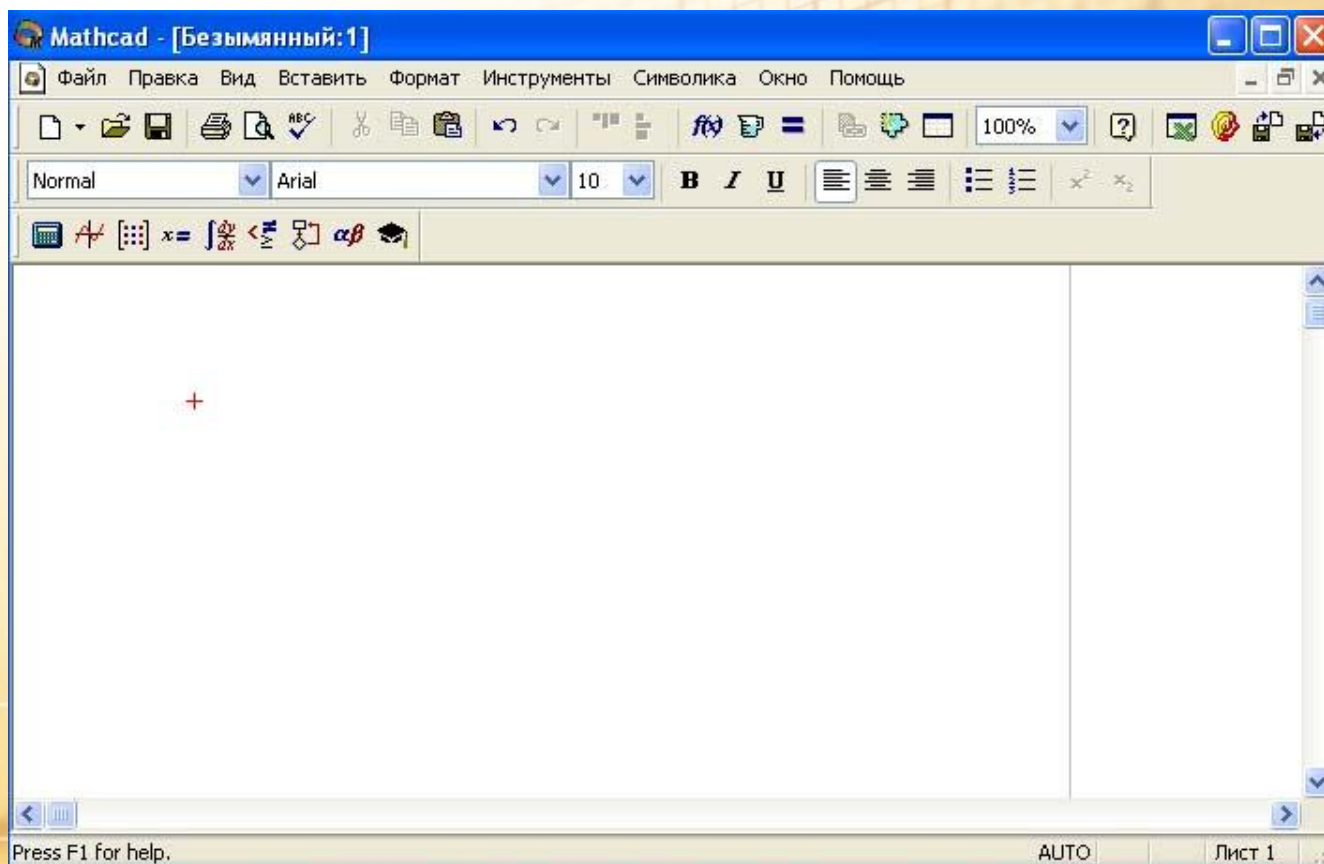
РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ

- подготовка научно-технической документации, содержащей текст и формулы в привычной для специалиста форме;
- вычисления результатов математических операций с константами, переменными и размерными физическими величинами;
- векторные и матричные операции;
- решение уравнений и систем уравнений;
- статистические расчеты и анализ данных;
- построение графиков;
- аналитические преобразования и аналитическое решение уравнений и систем;
- аналитическое и численное дифференцирование и интегрирование;
- решение дифференциальных уравнений.



ИНТЕРФЕЙС MathCad

В MathCad реализован пользовательский интерфейс стандартного для операционной системы Windows оконного вида.





КАФЕДРА ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ИНФОРМАЦИОННО-
КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

MATHCAD





СТРУКТУРА ДОКУМЕНТА MathCad

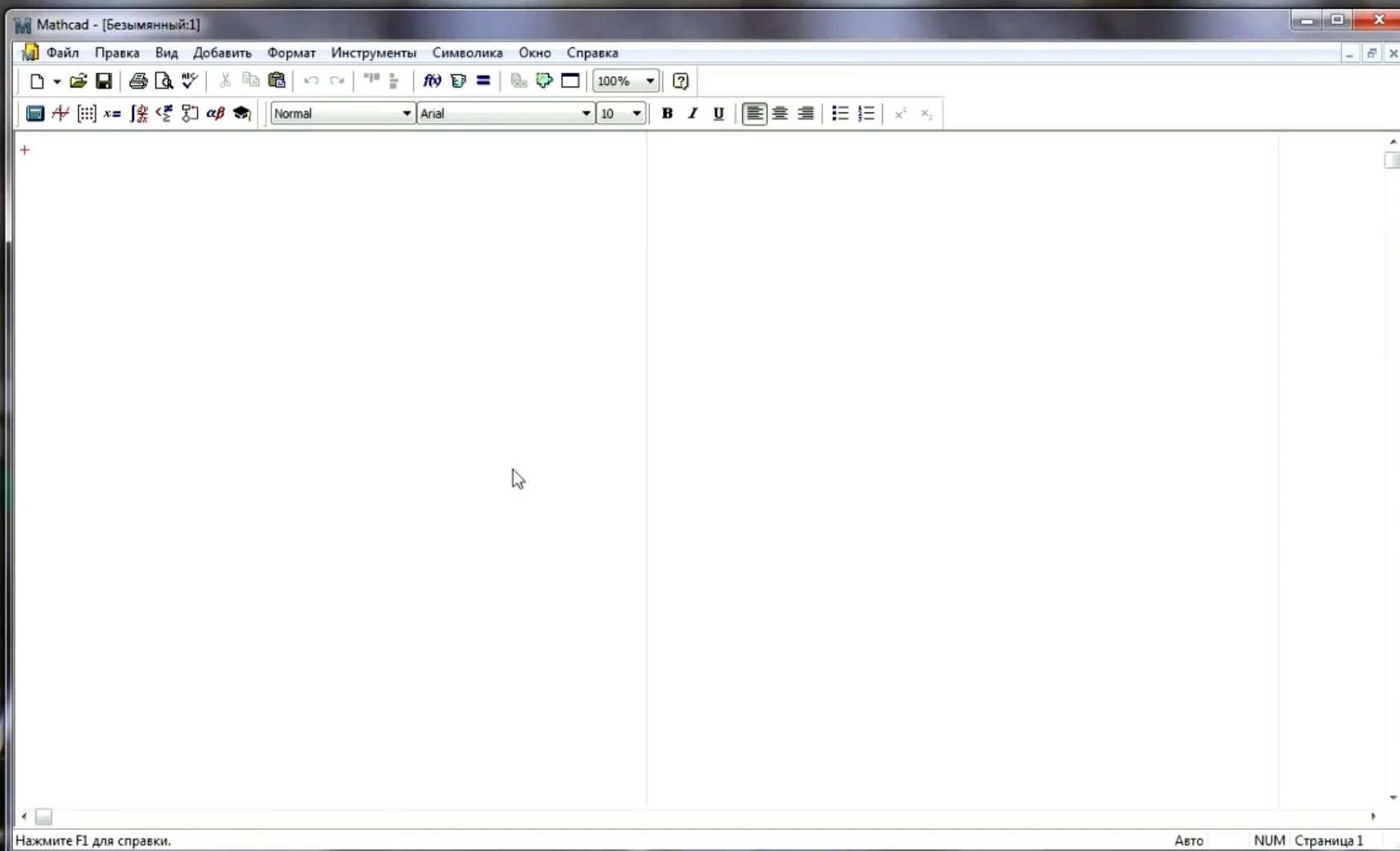
□ MathCAD - документ представляет собой совокупность областей для размещения математических выражений, графиков, текста. Каждая область имеет форму прямоугольника и может размещаться в любом месте документа. Видимая часть документа ограничивается размерами экрана.

□ MathCAD устанавливает направление выполнения вычислений и построения графиков документа «вправо-вниз».



КАФЕДРА ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ИНФОРМАЦИОННО-
КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

MATHCAD





ПЕРЕМЕННЫЕ

Greek



α	β	γ	δ	ε	ζ
η	θ	ι	κ	λ	μ
ν	ξ	\omicron	π	ρ	σ
τ	υ	ϕ	χ	ψ	ω
Δ	∇	Γ	Δ	E	Z
H	Θ	I	K	Λ	M
N	Ξ	O	P	R	Σ
T	Y	Φ	X	Ψ	Ω

- ❑ **Переменная** – ячейка памяти, в которую могут быть записаны различные значения. Имена переменных обычно состоят из следующих символов: латинские буквы, цифры, знак подчеркивания ($_$), греческие буквы.
- ❑ Mathcad различает в именах символы верхнего и нижнего регистра.
- ❑ Используйте следующие способы для набора греческих букв:
 1. Напечатать римский эквивалент. Затем нажать [Ctrl]G.
 2. Щёлкнуть по соответствующему символу на палитре греческих символов. Чтобы открыть эту палитру, нажмите на кнопку, помеченную $\alpha\beta$ на полосе кнопок под меню или используйте команду **View > Toolbars > Greek**



ПРЕДОПРЕДЕЛЕННЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ

□ Mathcad содержит восемь переменных, значения которых определены сразу после запуска программы. Эти переменные называются предопределенными или встроенными переменными. Предопределенные переменные или имеют общепринятое значение, подобно ρ и e , или используются как внутренние переменные, управляющие работой Mathcad, подобно **ORIGIN** и **TOL**.

□ Хотя эти переменные уже имеют значения при запуске Mathcad, их можно переопределять. Например, если нужно использовать переменную, называемую e , со значением иным, чем используемое Mathcad, введите новое определение, например $e:=2$. Переменная e примет в рабочем документе новое значение всюду ниже этого определения.



ПРЕДОПРЕДЕЛЕННЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ

□ $\pi = 3.14159 \dots$ - Пи. В расчетах используется значение π с учётом 15 значащих цифр. Чтобы напечатать π , нажмите **[Ctrl]P**.

□ $e = 2.71828 \dots$ - Основание натуральных логарифмов. В расчетах используется значение e с учётом 15 значащих цифр.

□ $A = 10^{307}$ Бесконечность. Чтобы напечатать ∞ , нажмите **[Ctrl]Z**.

□ $\% = 0.01$ - Процент.

□ $TOL = 10^3$ - Допускаемая погрешность для различных алгоритмов аппроксимации.

□ **ORIGIN = 0** Начало массива. Определяет индекс первого элемента массива.



ЧИСЛА

В MathCad для отделения дробной части десятичной дроби используется точка (.), а запятая (,) используется для отделения чисел друг от друга.

Типы чисел:

□ **Мнимые числа.** Для ввода мнимого числа нужно вслед за его модулем ввести символ мнимой единицы i или j , например, $1i$ или $2.5j$.

□ **Размерные значения** — числа, связанные с одной из размерностей: массой, длиной, временем, зарядом и температурой. Mathcad использует их, чтобы следить за соблюдением размерностей и преобразованиями единиц. Чтобы ввести размерное значение, напечатайте число, сопровождаемое строчными или заглавными латинскими буквами: М для массы, L для длины, T для времени, Q для заряда, K для температуры. Например, $4.5m$ представляет 4.5 единицы массы.



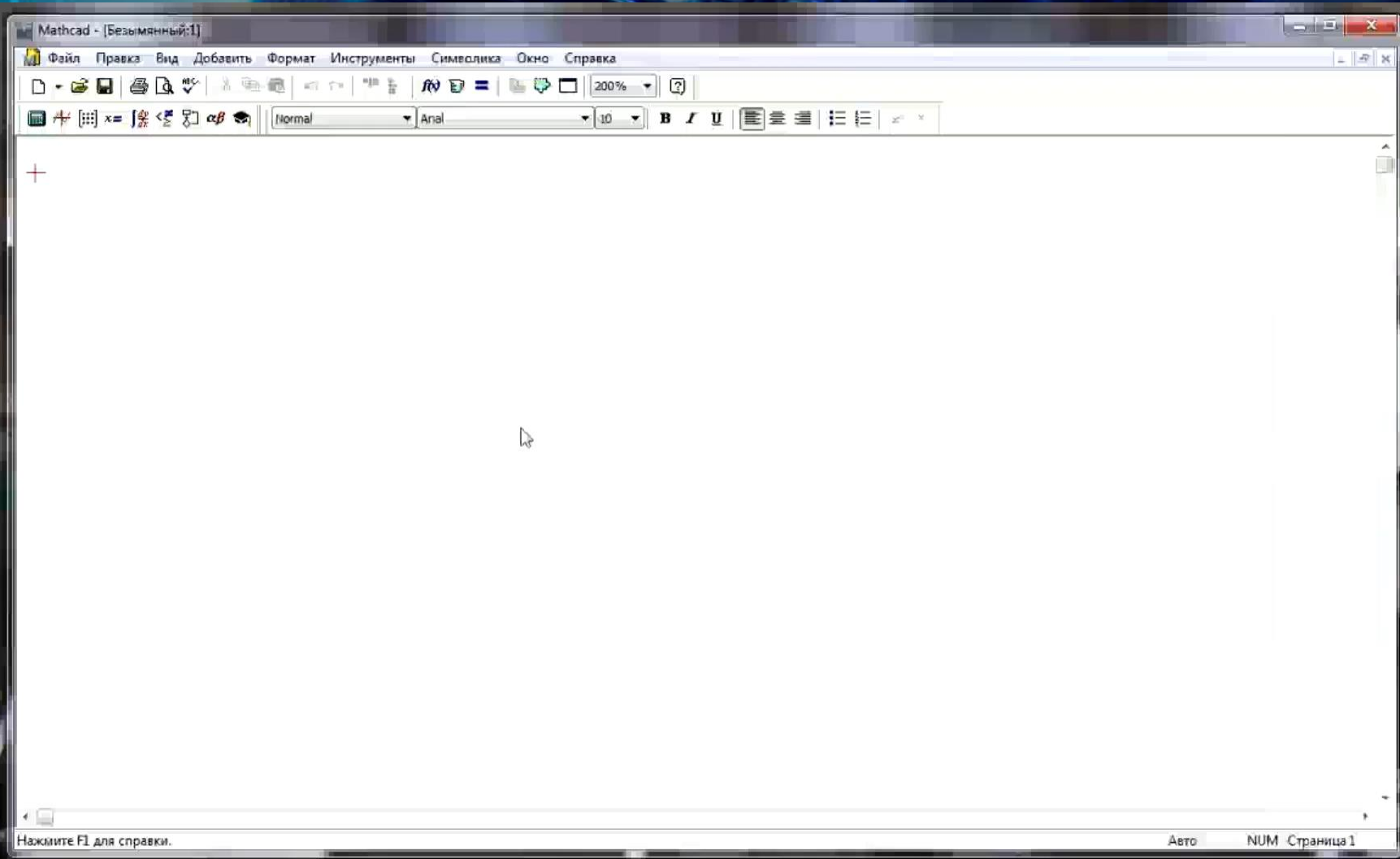
ЧИСЛА

- **Восьмеричные целые числа** (сопровождается строчной латинской буквой O)
- **Шестнадцатеричные целые числа** (сопровождается строчной латинской буквой h). Для обозначения значений разряда, больших 9, используйте прописные или строчные латинские буквы от A до F.
- **Экспоненциальное представление чисел.** Чтобы вводить числа в экспоненциальном представлении, просто умножьте мантиссу на степень десяти. Например, для записи напечатайте $3 \cdot 10^8$.



КАФЕДРА ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ИНФОРМАЦИОННО-
КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

MATHCAD





Оператор присваивания в MathCADe имеет вид:

имя := выражение

Здесь *имя* может быть:

- именем переменной (простой и индексированной),*
- именем функции,*
- именем массива,*
- массивом, элементами которого являются простые переменные.*

Ввод символа присваивания " := " равносильно нажатию клавиши ":" (двоеточие). Например, введите $y:m*x+b$, чтобы увидеть $y:=m \cdot x+b$.

Оператор получения результата (оператор "равно") в MathCADe имеет вид:

выражение =

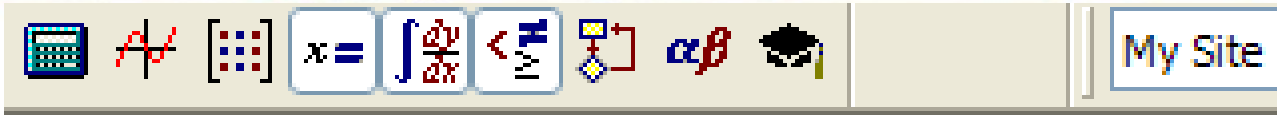


- ❑ Выражения могут содержать, числа, имена переменных, простейшие операторы. Простейшие операторы представляют известные математические операции: + - * / и т.д.



Оператор	Как ввести	Название
(x)	(x)	скобки
$X!$	$X!$	Факториал
x^y	x^y	Степень
\sqrt{x}	\sqrt{x}	Корень

Советы по набору операторов



Evaluati... ✕

$=$	$:=$	\equiv
\rightarrow	$\bullet \rightarrow$	$f x$
$x f$	$x f_y$	$x f_y$

Calculus ✕

$\frac{d}{dx}$	$\frac{d^n}{dx^n}$	∞
\int_a^b	$\sum_{n=1}^m$	$\prod_{n=1}^m$
\int	\sum_n	\prod_n
$\lim_{\rightarrow a}$	$\lim_{\rightarrow a^+}$	$\lim_{\rightarrow a^-}$

Boolean ✕

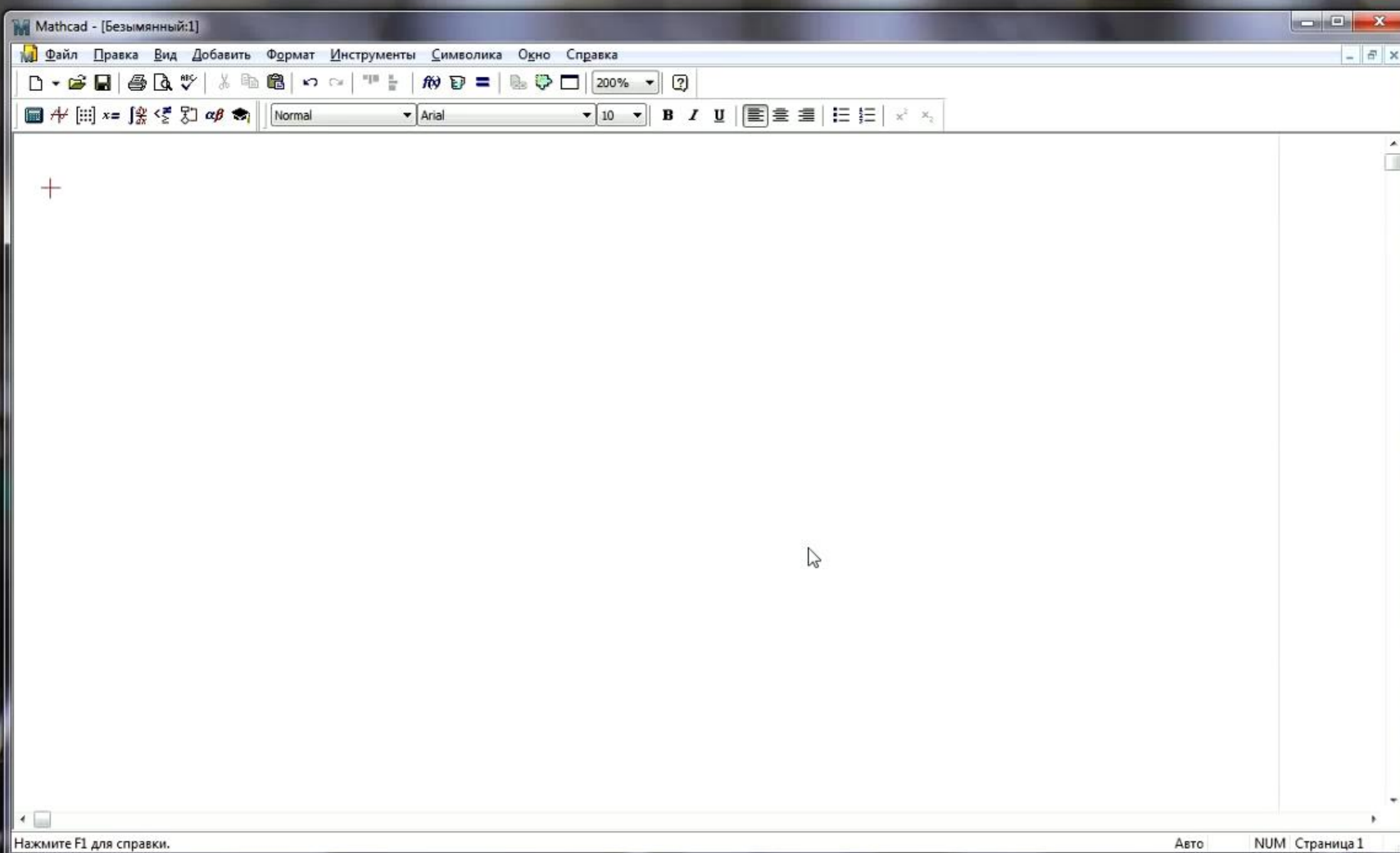
$=$	$<$	$>$	\leq	\geq
\neq	\neg	\wedge	\vee	\oplus

Можно избежать необходимости помнить комбинации клавиш, соответствующих каждому оператору. Для ввода операторов могут быть использованы палитры операторов. Чтобы открыть палитры операторов, используются кнопки на полосе инструментов, расположенной ниже меню. Каждая кнопка открывает палитру операторов, сгруппированных по общему назначению.



КАФЕДРА ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ИНФОРМАЦИОННО-
КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

MATHCAD





Для выполнения простых вычислений, подобно калькулятору, **достаточно набрать вычисляемое выражение со знаком = в конце его и нажать клавишу ввода ENTER .**

После этого MathCad вычислит и выведет результат на экран

$$2 + 2 = 4$$



- ❖ В выражениях можно использовать следующие математические функции:
- ❖ 1) Тригонометрические (аргумент в радианах): $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$
- ❖ 2) Обратные тригонометрические (результат в радианах): $\text{asin}(x)$, $\text{acos}(x)$, $\text{atan}(x)$
- ❖ 3) Гиперболические: $\sinh(x)$, $\cosh(x)$, $\tanh(x)$
- ❖ 4) Обратные гиперболические: $\text{asinh}(x)$, $\text{acosh}(x)$, $\text{atanh}(x)$
- ❖ 5) Другие:
- ❖ $\text{exp}(x)$ экспонента
- ❖ $\ln(x)$ натуральный логарифм
- ❖ $\log(x)$ десятичный логарифм
- ❖ $\text{Re}(z)$ вещественная часть числа z
- ❖ $\text{Im}(z)$ мнимая часть числа z
- ❖ $\text{arg}(z)$ аргумент комплексного числа z
- ❖ $\text{floor}(x)$ наибольшее целое $< x$ (x - вещест.)
- ❖ $\text{ceil}(x)$ наименьшее целое $> x$ (x - вещест.)
- ❖ $\text{mod}(x,y)$ остаток от деления x на y (x,y - вещественные)
- ❖ $\text{rnd}(x)$ случайное число из промежутка $[0,x]$

И.т.д.

Функция



Функция - это правило, согласно которому проводится вычисление некоторого выражения с аргументами и отображается полученное числовое значение.

Определение и использование функции пользователя:

- ❖ **определить все аргументы (простые или дискретные), используемые в выражении для вычисления функции**
- ❖ **набрать имя функции с именем аргумента в круглых скобках, затем - символ двоеточия**
- ❖ **в поле ввода набрать выражение, с помощью которого вычисляется значение функции**
- ❖ **Чтобы получить результат для аргумента (простого или дискретного), в скобках после имени функции указать значение (или имя) этого аргумента.**



Чтобы определить свою собственную функцию, введите равенство вида:

FuncName(аргументы) := выражение

Здесь **FuncName** - имя функции,

аргументы - список элементов, разделенных запятыми.

Аргументами функций могут быть переменные или имена функций. Например:

Задание функции

$f(x) := \cos(x) + 2$

Обращение

$f(1.8)$

$f(\cos(3))$

Изменяющиеся переменные



- ❖ В системе MathCAD можно задавать с пределами их изменения, что означает проведение циклических вычислений.
- ❖ Например:
- ❖ $x := 0..5$ (x принимает значения 1, 2, 3, 4, 5)
- ❖ Для набора .. (двух точек) используется ;
- ❖ Если необходимо задать дробный шаг используется следующая запись:
- ❖ $z := 0,0.2..4$



- ❖ Табулирование функции $y=f(x)$ означает получить таблицу y при изменении x на заданном интервале с заданным шагом.

$$y(t) := \frac{\sin(t)}{t^2}$$

$$x := 0,0.2..2$$

$x =$

0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2

$y(x) =$

0
4.967
2.434
1.568
1.121
0.841
0.647
0.503
0.39
0.301
0.227



- ❖ Интегрирование, дифференцирование, решение алгебраических уравнений, аппроксимация и т.д. в MathCAD может проводиться двумя методами: численно и символически. При использовании численного метода получается в результате число. При этом полученный результат является приближенным числом.
- ❖ При использовании символического решения в результате получатся символическая формула.



- ❖ **Приближенным числом** a называется число, незначительно отличающееся от точного A и заменяющее последнее в вычислениях.
- ❖ Под **ошибкой** или **погрешностью** Δa приближенного числа a понимается:

$$\Delta a = A - a$$

- ❖ Во многих случаях знак ошибки не известен, тогда пользуются **абсолютной погрешностью** приближенного числа Δ

$$\Delta = |\Delta a| = |A - a|$$

- ❖ **Относительной погрешностью** δ приближенного числа a называется отношение абсолютной погрешности Δ этого числа к модулю этого числа A ($A \neq 0$)

$$\delta = \Delta / |A|$$



- ❖ Рассмотрим работу численных методов на примере интегрирования функции $f(x)$, непрерывной на отрезке $[a, b]$.

Метод прямоугольников

Численное интегрирование основано на том, что определенный интеграл численно равен площади криволинейной трапеции.

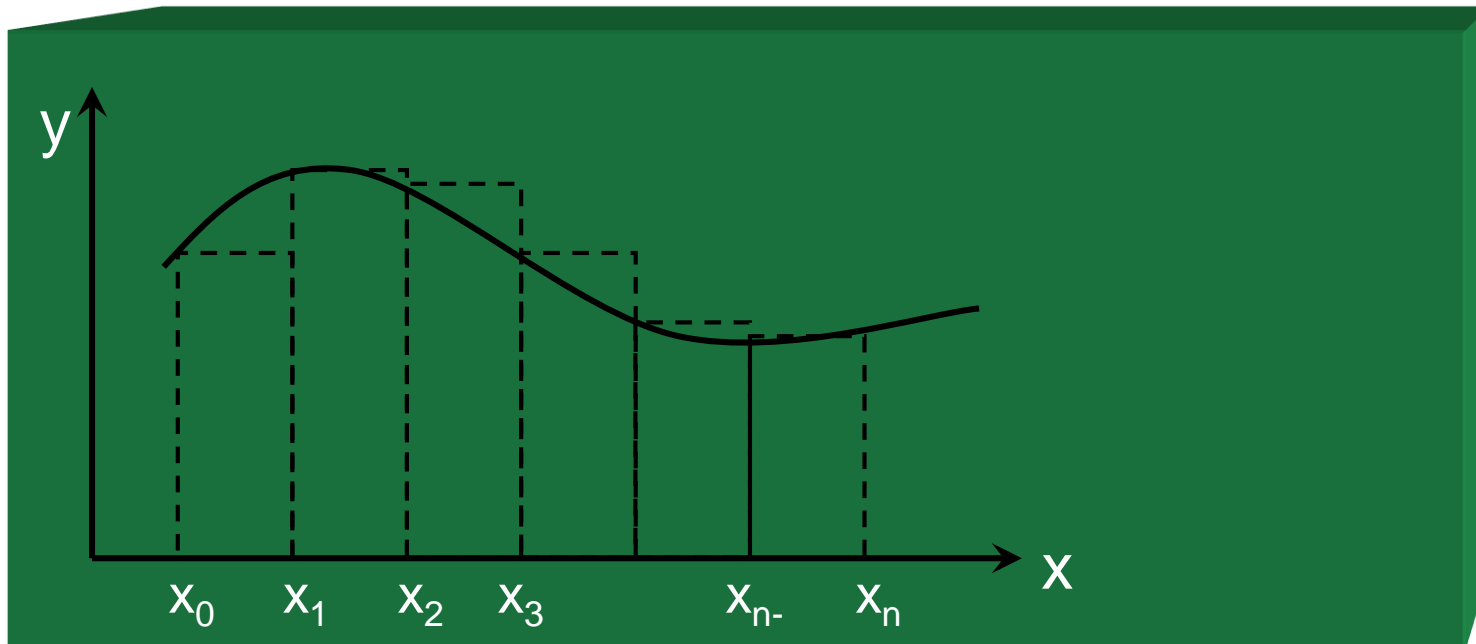
Практически удобно разделить отрезок $[a, b]$ на равные части. Тогда длина всех отрезков вычисляется как:

$$\Delta x_k = (b-a) / n = \text{const}$$



❖ Обозначим $y_k = f(x_k)$ тогда

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{n} (y_0 + y_1 + \dots + y_{n-1})$$



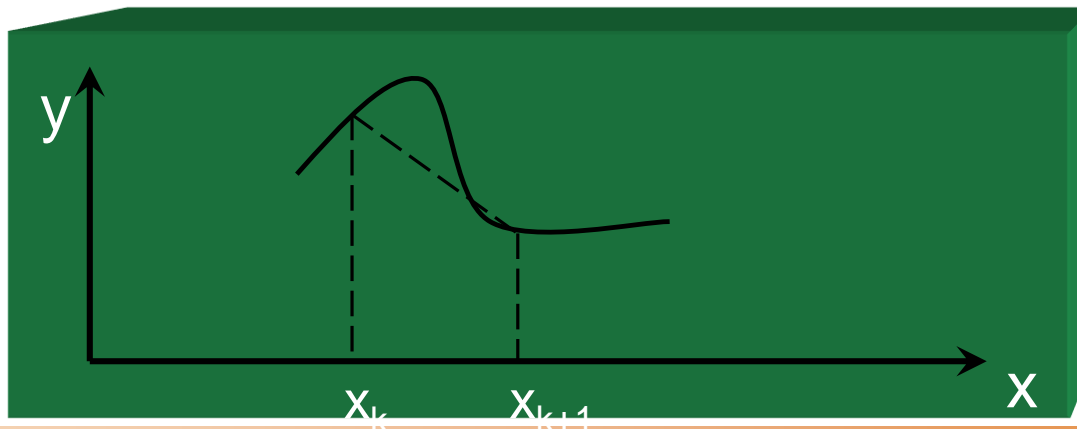


Метод трапеций дает более точный результат по сравнению с методом прямоугольников, при одном и том же числе разбиений отрезка $[a, b]$. Суть метода заключается, так же, в разбиении отрезка $[a, b]$ на n частей. Тогда длина всех отрезков вычисляется как:

$$\Delta x_k = (b-a) / n = \text{const}$$

Дугу графика функции на k отрезке заменяют хордой. Получаем трапецию площадь которой равна:

$$S_k = \Delta x_k * (y_k + y_{k+1}) / 2$$





На точность результата влияет:

1. **Выбранный численный метод.**

Существуют гораздо более точные методы чем метод прямоугольников или метод трапеций. Например, метод парабол (Симпсона), метод Адамса, метод Монте-Карло и т.п.

2. **Число разбиений.** Чем выше число разбиений, тем выше точность, но возрастает время вычислений.



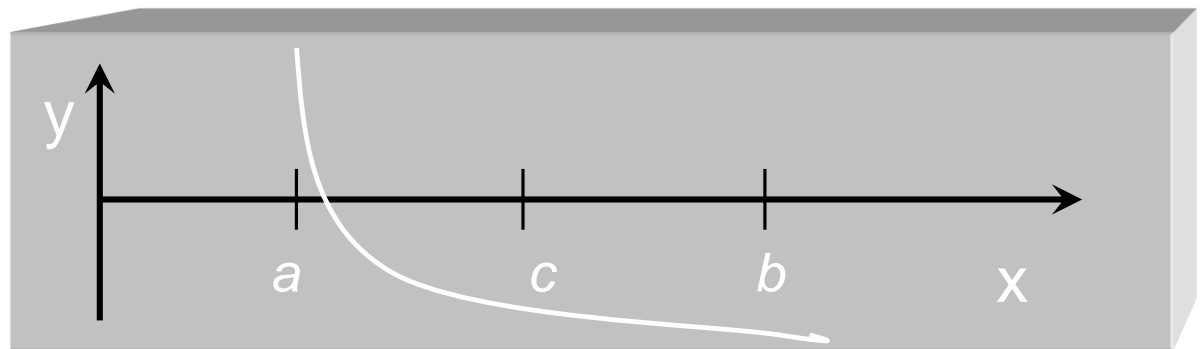
В общем случае уравнение с одним неизвестным можно свести к виду $f(x)=0$. Всякое число ξ (действительное или мнимое) на отрезке $[a, b]$ обращающее уравнение в тождество $f(\xi)=0$ называется **корнем уравнения** или его **решением**. Решение задачи приближенного решения уравнения состоит из двух этапов:

1. **Отделение корней** заключается в поиске интервалов на отрезке $[a, b]$, которые содержат только один корень уравнения. Или отделение корней заключается в поиске значения близкого к решению. Первый этап можно выполнить по графику функции.
2. **Уточнение корней** заключается в непосредственном вычислении значений корней на найденных интервалах с заданной точностью ε .



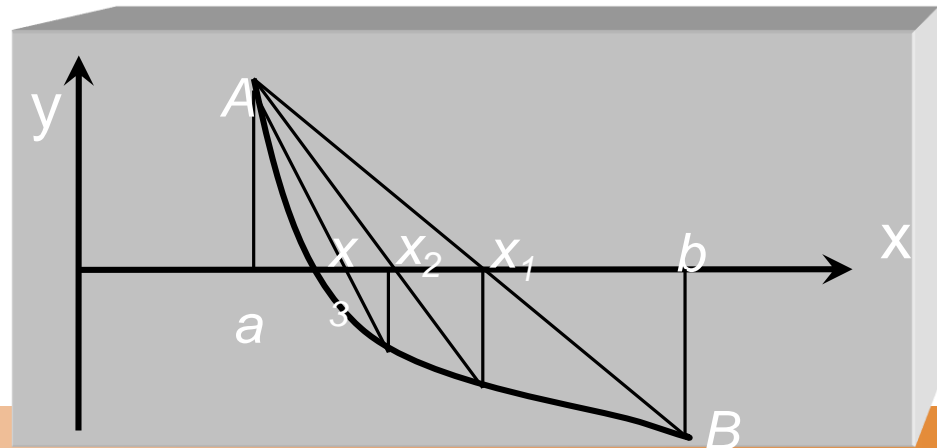
Рассмотрим простейший численный метод уточнения корня уравнения. В основе метода лежит деления отрезка $[a, b]$, на котором определен корень уравнения, пополам. Алгоритм метода следующий:

1. Для нахождения корня уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[a, b]$ делим отрезок пополам точкой c . $c = (a+b)/2$
2. Рассматриваются отрезки $[a, c]$ и $[c, b]$ и выбираем отрезок на концах которого функция $f(x)$ имеет противоположные знаки. Если $f(a) \cdot f(c) < 0$ выбираем отрезок $[a, c]$ в ином случае выбираем отрезок $[c, b]$.
3. Для выбранного отрезка повторяем шаг 1 и шаг 2 до тех пор пока величина очередного отрезка не станет меньше заданной точности ε .





Сущность метода хорд заключается в замене $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ хордой проходящей через точку $A[a, f(a)]$ и точку $B[b, f(b)]$. Точка пересечения с осью абсцисс x_1 представляет собой приближение к корню уравнений. Далее рассматриваются отрезки $[a, x_1]$ и $[x_1, b]$ и аналогично приему в методе деления пополам один из отрезков выбирают. На выбранном отрезке опять строят хорду и получают x_2 – очередное приближение к корню уравнения. Условие окончания расчетов: $|x_{i+1} - x_i| < \varepsilon$





Для поиска нулей функции, а также корней уравнения применяется встроенная функция **root**. Формат функции:

root(выражение, имя_переменной)

Чтобы найти нуль функции (или корень уравнения):

- 1) задайте начальное предполагаемое значение неизвестного;
- 2) задайте значение точности TOL :=.....;
- 3) используйте функцию **root** для решения.

Например, организовать поиск корня уравнения $x^3+x+1=0$ можно следующим образом:

$x:=0.5$ TOL := 0,0001 res := root (x³+x+1,x)



$A \cdot X = B$	A	B	$X := A^{-1} \cdot B$
$5x_1 + 35x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 15$	$\begin{bmatrix} 5 & 35 & 5 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -79 \end{bmatrix}$
$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 16$	$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 16 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$
$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 10$	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 154 \end{bmatrix}$
$4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2$	$\begin{bmatrix} 4 & -3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -59 \end{bmatrix}$

A^{-1} – обратная матрица

Другой способ получения решения

$X := \text{lsolve}(A, B)$

$\text{lsolve}(A, B)$ - стандартная функция



$$a := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 6 \\ 2 & 6 & 7 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$x := a^{-1} \cdot b \quad x = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

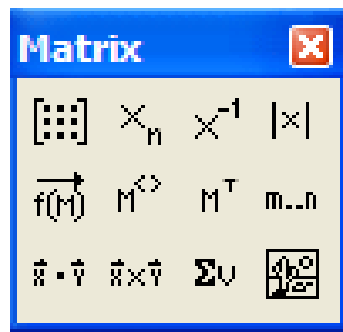
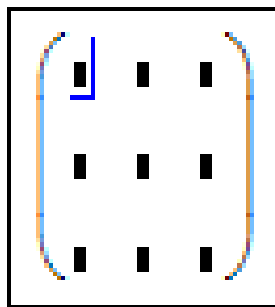


- ❖ В MathCAD можно использовать переменные с индексом. Для набора индексов используется [. Если индекс сложный его заключают в скобки (в старых версиях MathCAD).
- ❖ Набор

	Результат
❖ $u [(i , j)$	$u_{i,j}$
❖ $u [(i + 1)$	u_{i+1}
❖ $u [i + 1$	u_{i+1}
- ❖ Переменные с индексом составляют вектора и матрицы. То есть для доступа к элементам матрицы можно использовать переменную с индексом.



- ❖ Вектор или матрицу задают с помощью нажатия горячих клавиш ALT+M либо с панели инструментов **Matrix**. Над матрицами возможны операции сложения, вычитания, перемножения, возведения в квадрат, обращения, транспонирования, определение детерминанта.
- ❖ $C := A^{-1}$ – получение обратной матрицы
- ❖ $C := A^T$ – получение транспонированной матрицы
- ❖ $N := |A|$ - вычисление детерминанта





Интегрирование, дифференцирование и т.д. можно выполнять двумя методами: численным и символьным. При записи исходных выражений используется палитра символьных вычислений. Набор завершается нажатием клавиш **<Shift/F9>**

В результате использования численного метода получается **приближенное число.**

$$\int_1^{7.5} x^2 dx = 140.291$$

В результате использования символьного метода в результате получается **символьное (аналитическое) выражение.**

$$\int_a^b x^2 dx = \frac{1}{3} \cdot b^3 - \frac{1}{3} \cdot a^3$$

Пример решения уравнения



Mathcad - [Untitled:1]

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

Normal Arial 18 B I U

Given

$$x + 2 \cdot \pi \cdot y = a$$

$$4 \cdot x + y = b$$

Find(x, y) →

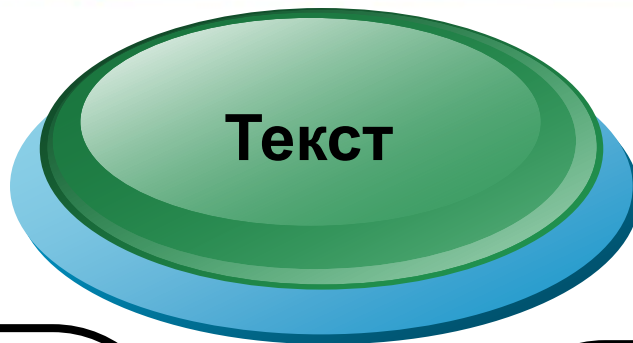
$$\begin{bmatrix} \frac{2 \cdot \pi \cdot b - a}{(-1) + 8 \cdot \pi} \\ -\frac{[(-4) \cdot a + b]}{(-1) + 8 \cdot \pi} \end{bmatrix}$$

Calculator

sin	cos	tan	ln	log
n!	i	x	√	°√
e ^x	1/x	()	x ²	x ^y
π	7	8	9	/
1/4	4	5	6	×
÷	1	2	3	+
:=	.	0	-	=

Press F1 for help. AUTO Page 1

Ввод текста



Текст

Текст в документах MathCad создается в текстовых областях, которые могут иметь произвольную ширину, и располагаются в любом месте документа.

Для создания текстовой области следует выполнить команду меню *Text /Create Region* (Создать текстовую область).

Пример построения графика



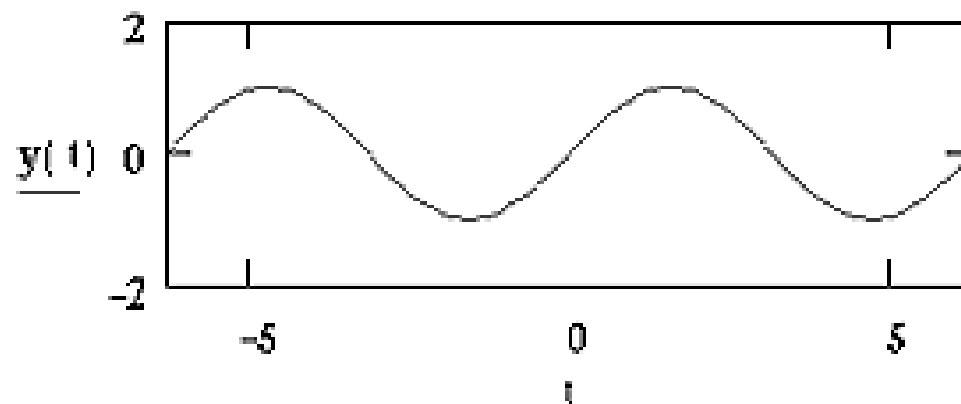
Построение графика

Mathcad PLUS - [Untitled:1]

File Edit Text Math Graphics Symbolic Window Books Help

$$t = -2 \cdot \pi, \left(-2 \cdot \pi + \frac{\pi}{10} \right) .. 2 \cdot \pi$$

$$y(t) := \sin(t)$$



auto

Page 1

Спасибо за внимание!