

**DSPA-2011**

30 марта - 01 апреля

Москва

Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова (ИПУ РАН)

13-я Международная Конференция

Цифровая Обработка Сигналов и ее Применение



# ОБОБЩЕННАЯ ПОЛИФАЗНАЯ СТРУКТУРА КОСИНУСНО-МОДУЛИРОВАННОГО БАНКА ФИЛЬТРОВ

*Вашкевич М.И. , Петровский А.А.*

*Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники*

*Москва, 2011*

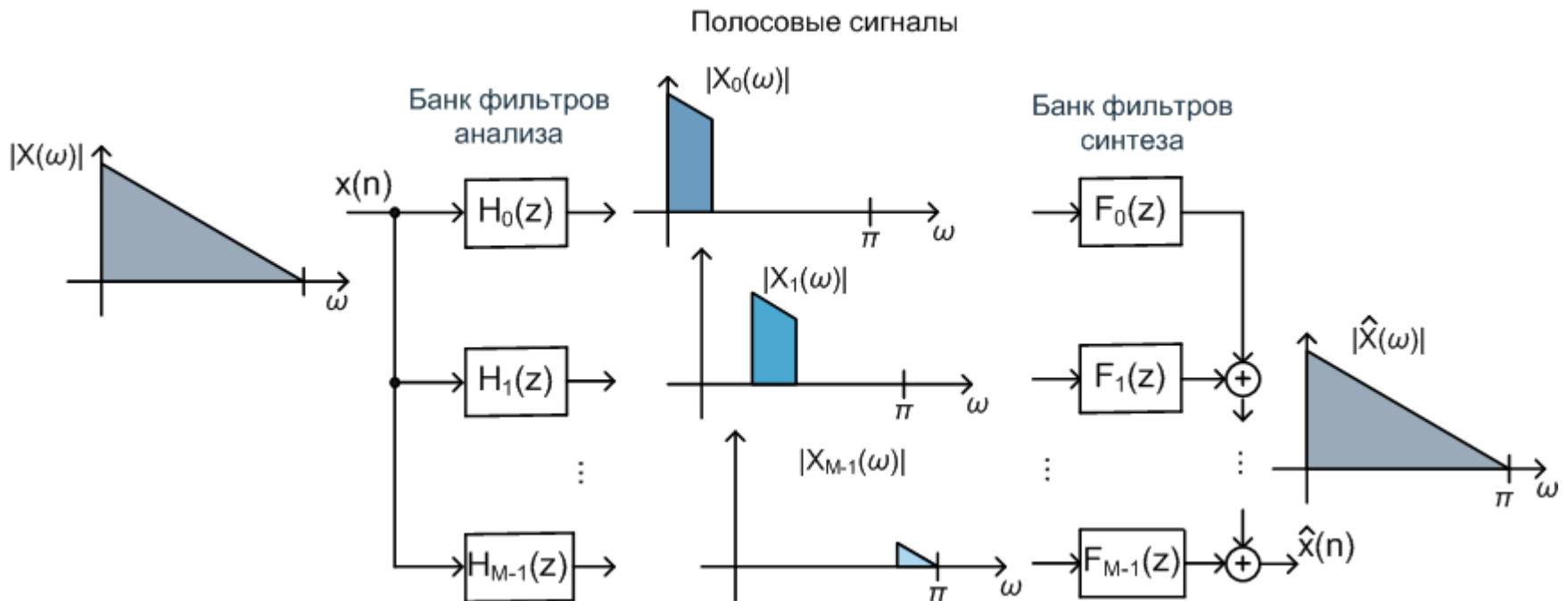
# СОДЕРЖАНИЕ

- Введение в теорию косинусно-модулированных банков фильтров (КМБФ)
- Обобщенная полифазная структура КМБФ
- Способ уменьшения вычислительной сложности обобщенной полифазной структуры КМБФ
- Пример 22-канального неравнополосного банка фильтров
- Выводы

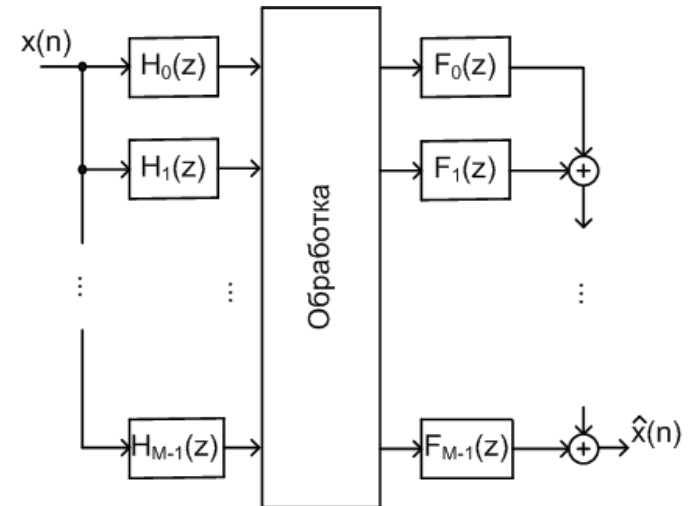
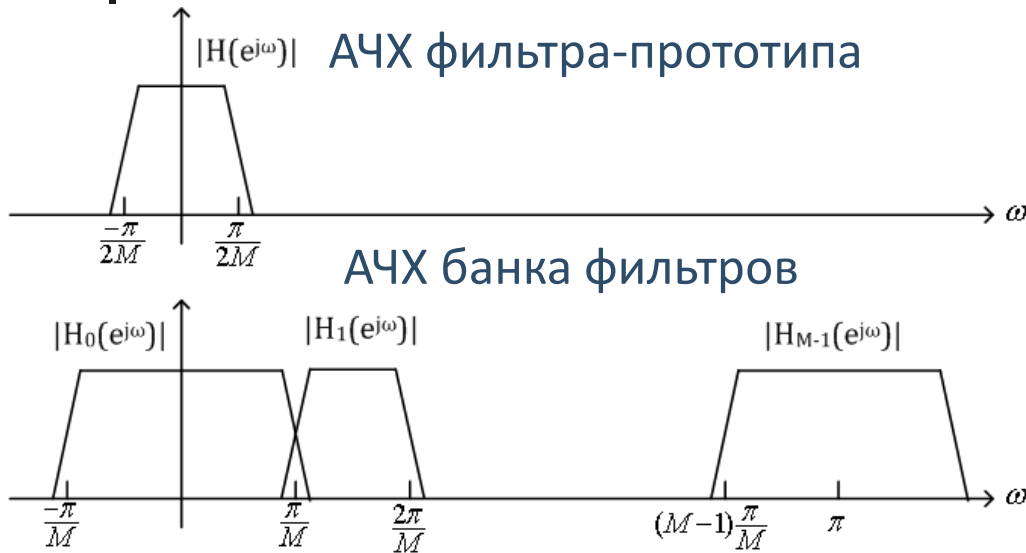


# БАНК ФИЛЬТРОВ

- Задача банка фильтров: выполнить декомпозицию сигнала на частотные составляющие.



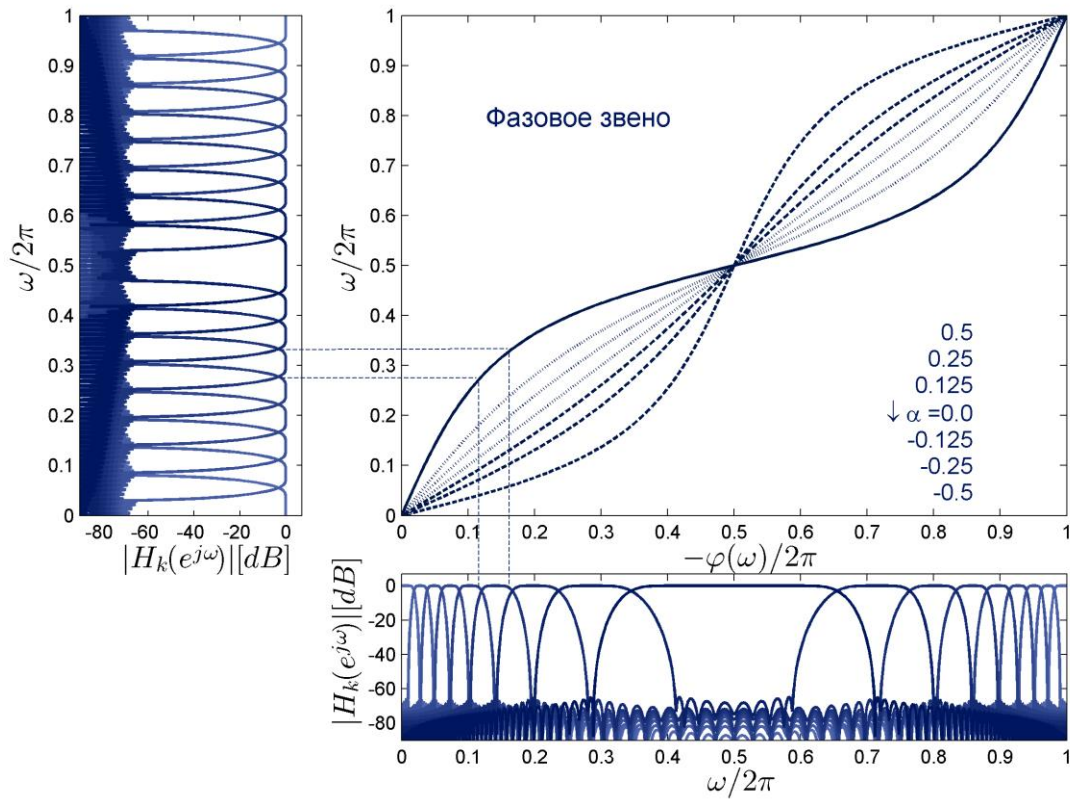
# КОСИНУСНО-МОДУЛИРОВАННЫЙ БАНК ФИЛЬТРОВ (КМБФ)



Импульсные характеристики фильтров банка анализа и синтеза:

$$\begin{cases} h_k(n) = 2h(n) \cos\left((2k+1)\frac{\pi}{2M}\left(n - \frac{N-1}{2}\right) + (-1)^k \frac{\pi}{4}\right), \\ f_k(n) = 2h(n) \cos\left((2k+1)\frac{\pi}{2M}\left(n - \frac{N-1}{2}\right) - (-1)^k \frac{\pi}{4}\right), \end{cases} \begin{cases} 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 \leq k \leq M-1 \end{cases}$$

# ФАЗОВОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ



$$z^{-1} \rightarrow A(z)$$

$$A(z) = \frac{z^{-1} + \alpha}{1 + \alpha z^{-1}},$$

$$\alpha \in \mathbb{R}, \quad |\alpha| < 1,$$

$$A(e^{j\omega}) = e^{j\varphi(\omega)}$$

$$\varphi(\omega) = -\omega + 2 \arctan \left( \frac{\alpha \sin \omega}{\alpha \cos \omega - 1} \right).$$

# ОБОБЩЕННАЯ ПОЛИФАЗНАЯ СТРУКТУРА КМБФ (1)

- Банк фильтров анализа:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ \vdots \\ H_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & \cdots & c_{0,N-1} \\ c_{1,0} & c_{1,1} & \cdots & c_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{M-1,0} & c_{M-1,1} & \cdots & c_{M-1,N-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_C} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & A(z) & & \\ & & \ddots & \\ & & & A^{N-1}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h[0] \\ h[1] \\ \vdots \\ h[N-1] \end{bmatrix}$$

где  $c_{k,n} = \cos\left(\frac{\pi(k+1/2)}{M}\left(n - \frac{N-1}{2}\right) + (-1)^k \frac{\pi}{4}\right)$ .

- Используя тождество  $c_{k,(l+2pM)} = (-1)^p c_{k,l}$  получаем

$$\mathbf{M}_C = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C} & -\mathbf{C} & \mathbf{C} & -\mathbf{C} & \dots \end{bmatrix}}_{t \text{ повторений}} = \mathbf{C} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2M} & -\mathbf{I}_{2M} & \mathbf{I}_{2M} & -\mathbf{I}_{2M} & \dots \end{bmatrix}}_{t \text{ повторений}}$$

где  $\mathbf{C} = [c_{k,n}]_{0 \leq k < M, 0 \leq n < 2M}$

# ОБОБЩЕННАЯ ПОЛИФАЗНАЯ СТРУКТУРА КМБФ (2)

- Банк фильтров анализа:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ \vdots \\ H_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \mathbf{C} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2M} & -\mathbf{I}_{2M} & \mathbf{I}_{2M} & -\mathbf{I}_{2M} & \dots \end{bmatrix}}_{t \text{ повторений}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ A(z) \\ \vdots \\ A^{N-1}(z) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h[0] \\ h[1] \\ \vdots \\ h[N-1] \end{bmatrix} =$$

$$= \mathbf{C} \cdot \begin{bmatrix} h[0] - A^{2M}(z)h[2M] + \dots \\ A(z)h[1] - A^{2M+1}(z)h[2M+1] + \dots \\ \vdots \\ A^{2M-1}(z)h[2M-1] - A^{4M-1}(z)h[4M-1] + \dots \end{bmatrix}$$

*Полифазные компоненты фильтра-прототипа*

- Матрица косинусной модуляции

$$\mathbf{C} = \begin{cases} \sqrt{M} (-1)^{m_1} \mathbf{DCT4}_M \cdot [(\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M) & -(\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M)] \\ \text{для четных } t \ (t = 2m_1), \\ \sqrt{M} (-1)^{m_2} \mathbf{DCT4}_M \cdot [(\mathbf{I}_M + \mathbf{J}_M) & (\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M)] \\ \text{для нечетных } t \ (t = 2m_1 + 1) \end{cases}$$

$$\mathbf{J}_M = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & & \\ & & \ddots & \\ 1 & & & \end{bmatrix}$$

# ОБОБЩЕННАЯ ПОЛИФАЗНАЯ СТРУКТУРА КМБФ (3)

- Уменьшение операций в матрице предположений

$$\mathbf{S}_M^e = [(\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M) \quad -(\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M)] = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} \\ -\mathbf{J}_{M/2} & \mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix}$$

- Приведение матрицы к блочно-ступенчатому виду

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & -1/2\mathbf{J}_{M/2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{M/2} & \mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{S}_M^e = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix}$$

откуда  $\mathbf{S}_M^e$

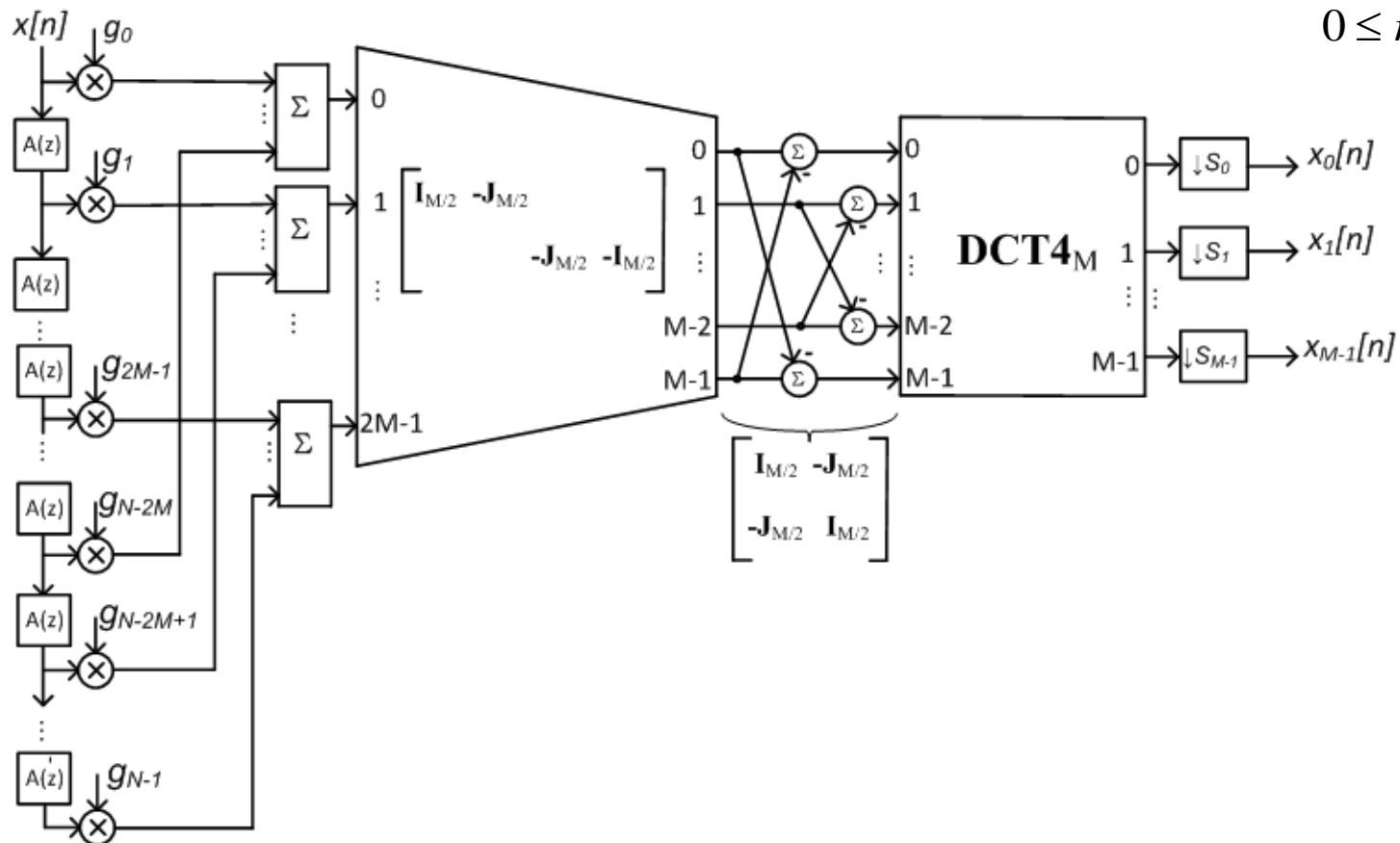
$$\mathbf{S}_M^e = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & \mathbf{J}_{M/2} \\ -\mathbf{J}_{M/2} & \mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix}$$



# ОБОБЩЕННАЯ ПОЛИФАЗНАЯ СТРУКТУРА КМБФ (4)

- Банк фильтров анализа:  $g_{q+2rM} = (-1)^r h[q + 2rM]$   $0 \leq q < M,$

$$0 \leq r < m.$$



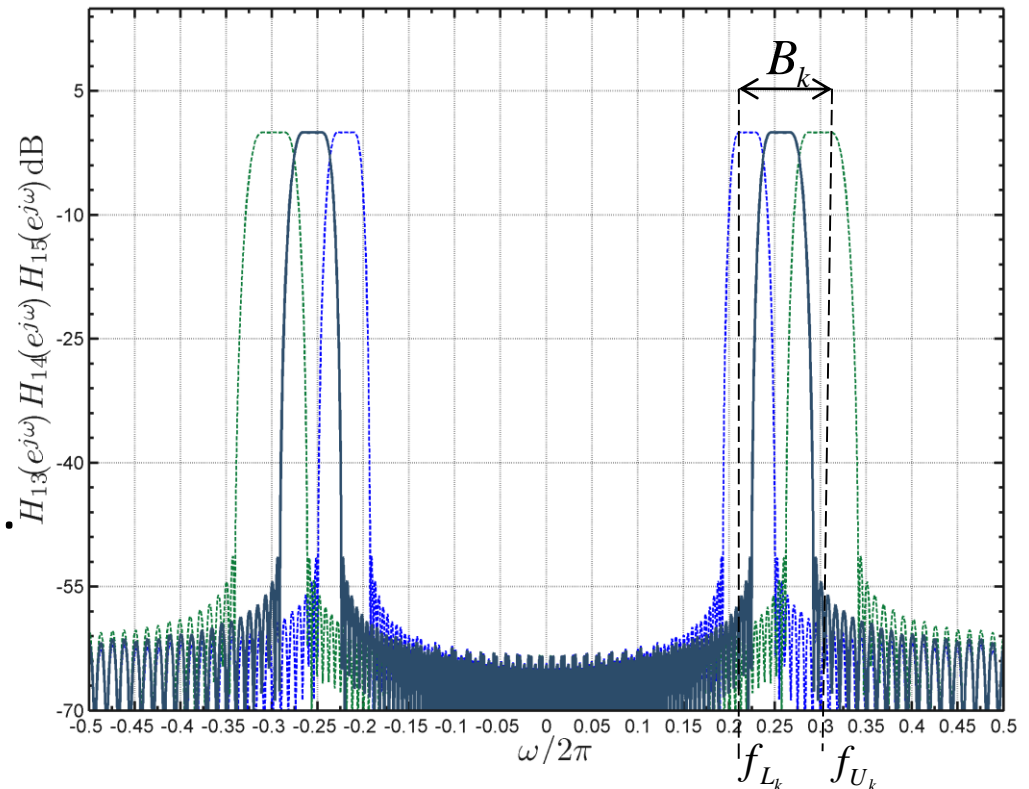
# ВЫБОР КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЕЦИМАЦИИ/ИНТЕРПОЛЯЦИИ

- Проводится на основании теоремы о дискретизации полосовых сигналов

$$\frac{m_k}{2f_{U_k}} f_s \geq S_k \geq \frac{m_k - 1}{2f_{L_k}} f_s ,$$

$$1 \leq m_k \leq \left\lfloor \frac{f_{U_k}}{B_k} \right\rfloor$$

- Базовый принцип:  
*Фильтры несмежных каналов не перекрываются.*



# РАСЧЕТ ФИЛЬТРА-ПРОТОТИПА

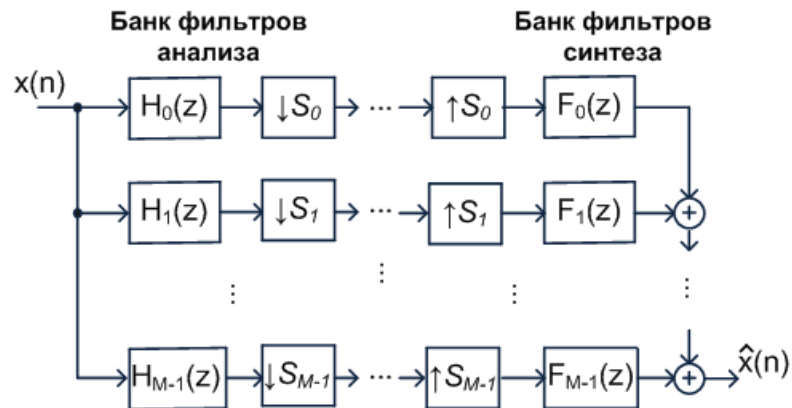
- Формулируется задача оптимизации

$$\min |E(\omega)|, \quad \forall \omega \in [0, \pi].$$

- где  $E(\omega) = |T_{\text{all}}(e^{j\omega})|^2 - 1, \quad \omega \in [0, \pi].$

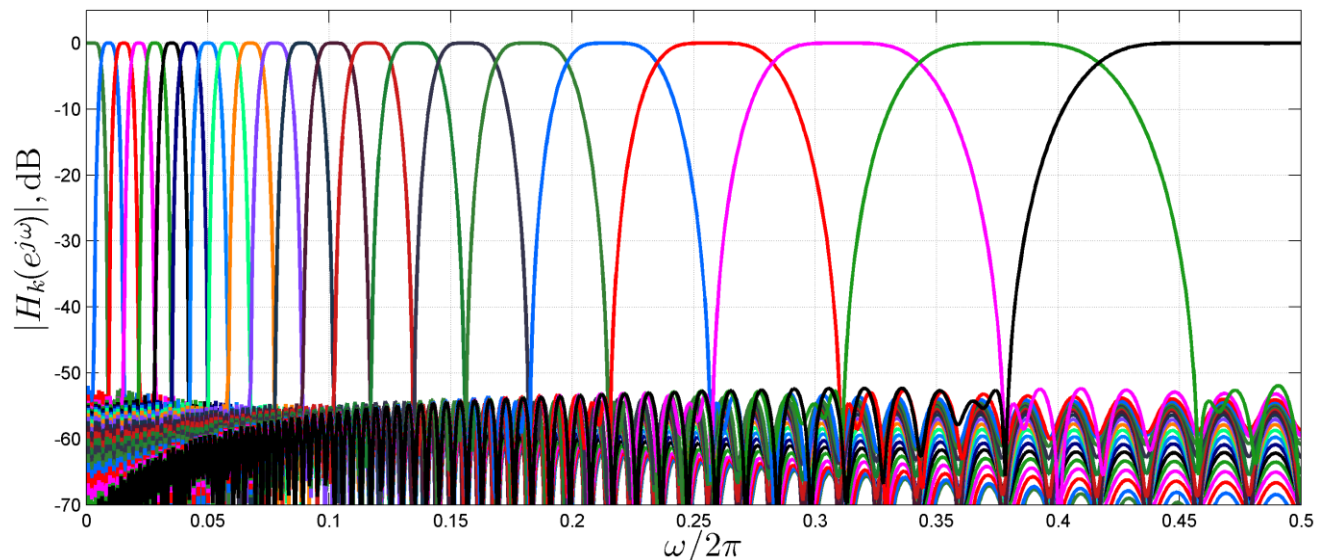
- Передаточная функция банка фильтров

$$T_{\text{all}}(z) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{S_k-1} H_k(zW_{S_k}^l) F_k(z).$$



# ПРИМЕР НЕРАВНОПОЛОСНОГО БАНКА ФИЛЬТРОВ (1)

- Рассмотрим 22-канальный банк фильтров, аппроксимирующий шкалу барков ( $\alpha = 0.5783$ ).

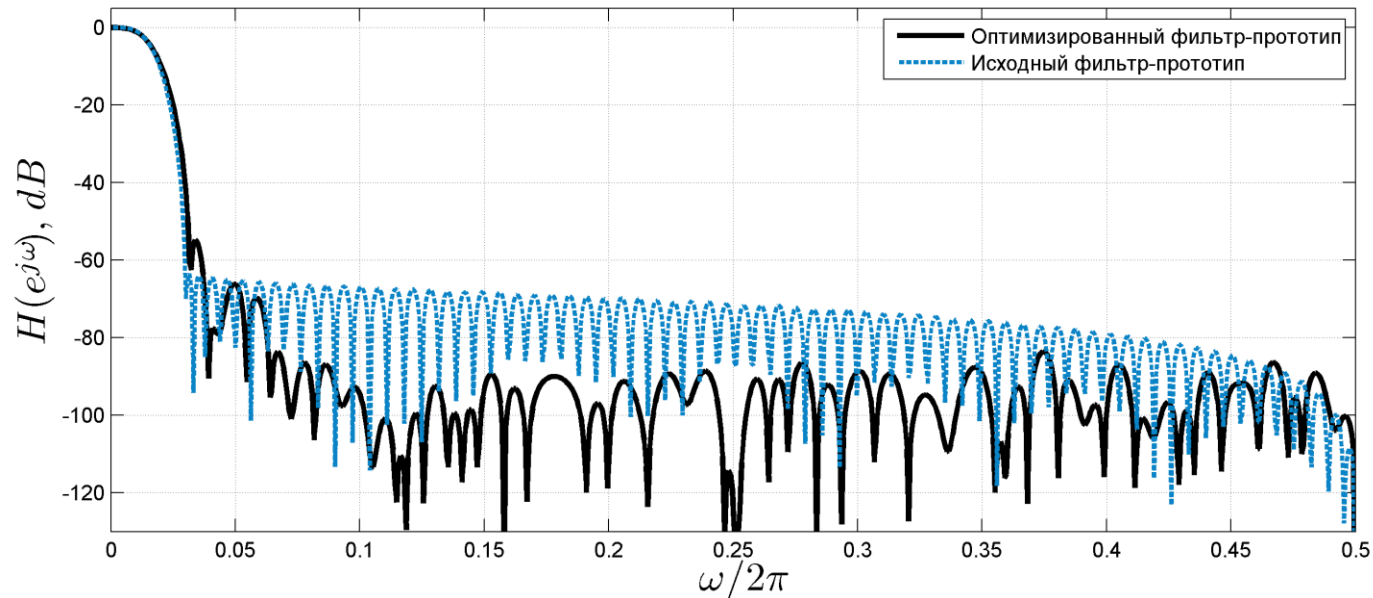


- Коэффициенты децимации

$$S_k = \{56, 27, 20, 15, 12, 21, 18, 15, 13, 12, 10, 9, 7, 6, 5, 5, 4, 3, 1, 1, 2, 3\}.$$

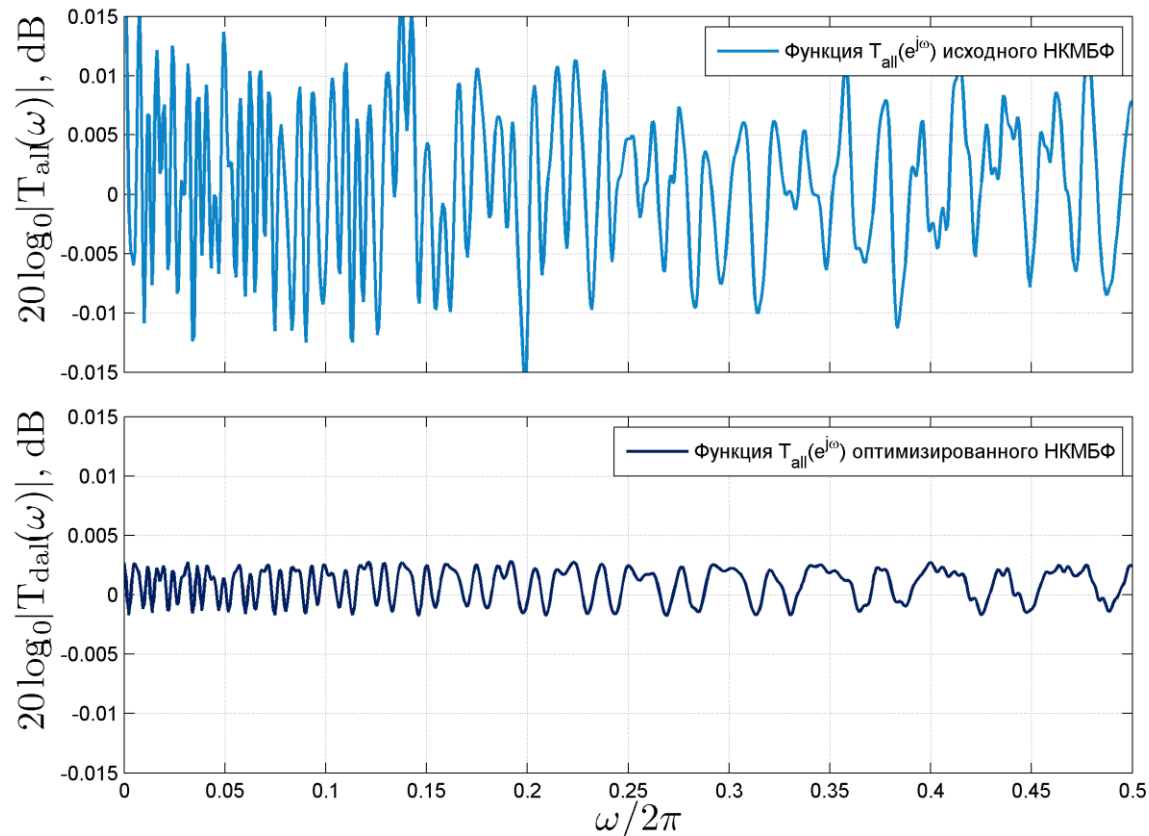
# ПРИМЕР НЕРАВНОПОЛОСНОГО БАНКА ФИЛЬТРОВ (2)

- Результат оптимизации фильтра-прототипа



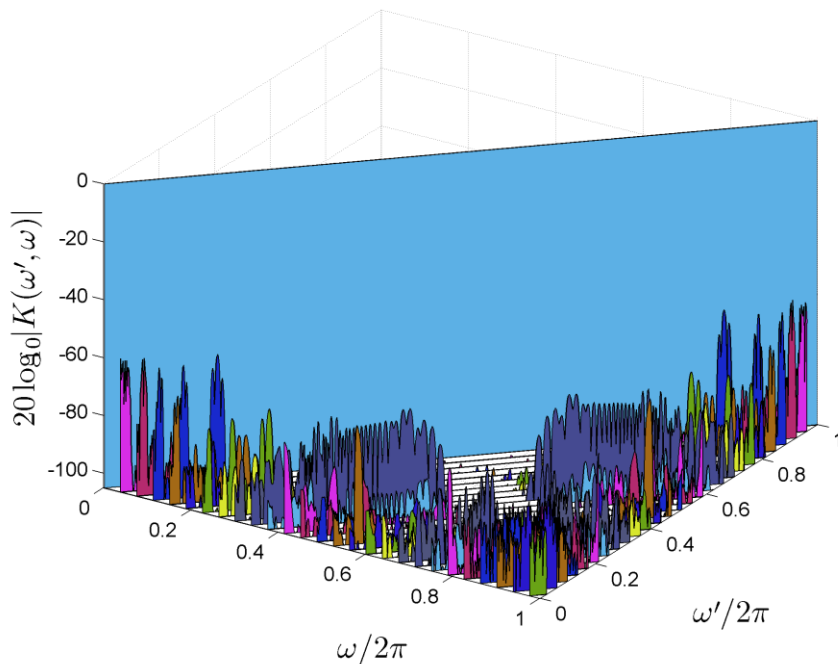
# ПРИМЕР НЕРАВНОПОЛОСНОГО БАНКА ФИЛЬТРОВ (3)

- Передаточные функции системы анализ/синтез

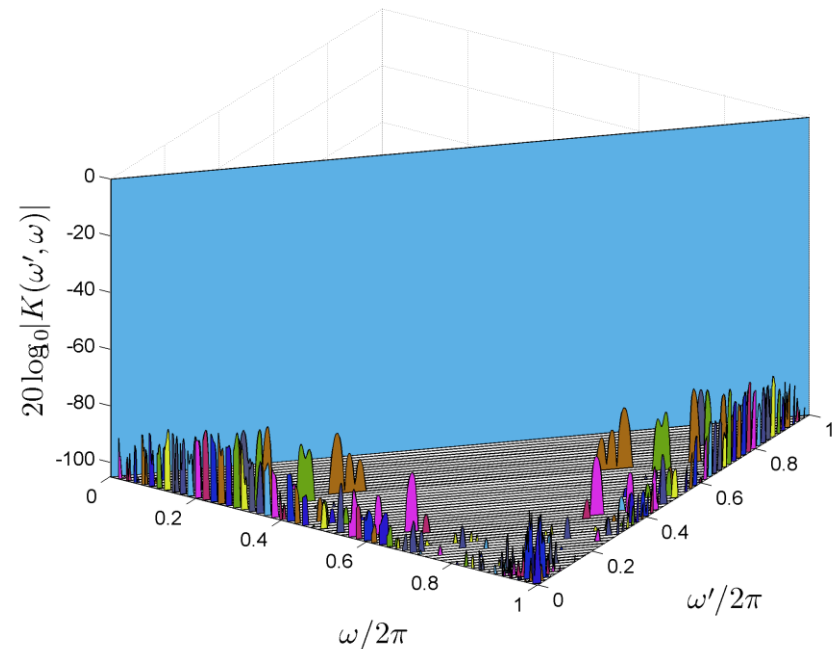


# ПРИМЕР НЕРАВНОПОЛОСНОГО БАНКА ФИЛЬТРОВ (4)

- Бичастотные функции



**Исходный** банк фильтров



**Оптимизированный** банк фильтров



## ВЫВОДЫ

---

- Рассмотрена обобщенная полифазная структуру КМБФ, в которой в качестве элементов задержки выступают фазовые звенья.
- Показан способ уменьшения числа операций сложения при реализации косинусной модуляции.
- Приведен пример расчета неравнополосного банка фильтров на базе полифазной структуры КМБФ.



**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**

