1. По кругу выписаны 200 крестиков и 180 ноликов; число пар стоящих рядом крестиков равно 50. Чему равно число пар стоящих рядом ноликов?
Ответ: 30.
2. Три колокола начинают бить одновременно. Интервалы между ударами колоколов соответственно составляют $4/3$ секунды, $5/3$ секунды и 2 секунды. Совпавшие во времени удары воспринимаются за один. Сколько ударов будет услышано за 1 минуту? (Включая первый и последний).
Ответ: 85.
3. Двое играют в игру, состоящую в следующем. Выписаны числа 0, 1, 2, …, 1024. Первый игрок вычеркивает по своему выбору 512 чисел, второй вычёркивает 256 из оставшихся чисел, затем снова первый вычёркивает ещё 128, потом второй — ещё 64 числа и т.д. Своим последним пятым ходом второй вычёркивает одно число. Остаются два числа, и второй платит первому разницу между этими числами. Сколько уплатит второй первому, если оба будут играть наилучшим образом?
Ответ: 32.
4. Сумма натуральных чисел a_1, a_2, …, a_{10} равна 1001. Найдите наибольшее возможное значение наибольшего общего делителя этих чисел.
Ответ: 91.
5. Найдите наименьшее натуральное число $n > 1$, для которого сумма квадратов последовательных натуральных чисел от 1 до n была бы квадратом натурального числа.
Ответ: 24.
6. Сколько рациональных членов содержится в разложении $\left(\sqrt{2}+\sqrt[3]{3}\right)^{100}$?
Ответ: 17.
7. Сколько существует различных пар целых чисел x и y от 1 до 1000, для которых $\dfrac{x^2+y^2}{49}$ есть целое число? (Пары (x,y) и (y,x) считаются одинаковыми).
Ответ: 10153.
8. Найдите сумму корней уравнения $\left[\dfrac{x}{2}\right]^2+\dfrac{2}{[x]}=5x$. Здесь $[x]$ — целая часть числа x.
Ответ: $19,82$.
9. Известно, что среди корней уравнения $x^3+ax^2+2017x+2018=0$ имеются два числа, сумма которых равна нулю. Найдите коэффициент a.
Ответ: $\dfrac{2018}{2017}$.
10. Найдите наименьшее значение параметра p, при котором уравнение
$\lg\left(x^2+2px\right)-\lg\left(8x-6p-3\right)=0$ имеет единственное решение.
Ответ: $-\dfrac{1}{2}$.
11. Из пункта O по прямолинейному шоссе отправился в рейс автомобиль, едущий с постоянной скоростью 70 км/ч. Велосипедист, который находится в точке, отстоящей от пункта O на расстоянии 16 км, а от шоссе на расстоянии 3 км, хочет передать водителю автомобиля письмо. С какой минимальной скоростью (в км/ч) должен ехать велосипедист, чтобы осуществить своё намерение?
Ответ: $13\dfrac{1}{8}$.

12. На окружности дано 19 точек и проведены всевозможные хорды, соединяющие эти точки. Известно, что никакие три из проведенных хорд не пересекаются в одной точке. На сколько частей разбивается круг?
Ответ: 4048.
13. Диагонали двух одинаковых кубов с ребром, равным 8, лежат на одной и той же прямой. Вершина второго куба совпадает с центром первого, и второй куб повёрнут вокруг диагонали на 60° по отношению к первому. Найдите объём общей части этих кубов.
Ответ: 72.
14. На сфере радиуса 2 расположены три попарно касающиеся окружности радиуса 1. Найдите радиус наименьшей окружности, расположенной на данной сфере и касающейся всех трёх данных окружностей.
Ответ: $1-\sqrt{\frac{2}{3}}$.
15. Через каждые три вершины куба, лежащие в концах каждых трёх рёбер, сходящихся в одной вершине, проведена плоскость. Найдите объём тела, ограниченного этими плоскостями, если ребро куба равно 3.
Ответ: $\frac{9}{2}$.
16. Чему равна наибольшая площадь проекции на плоскость прямоугольного параллелепипеда с измерениями 1, 2, 3?
Ответ: 7.
17. Одна из сторон квадрата лежит на прямой $y=2x-17$, а другие две вершины — на параболе $y=x^2$. Найдите минимальную площадь квадрата.
Ответ: 80.
18. Найдите $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{2018}{1-x^{2018}}-\frac{1514}{1-x^{1514}}\right)$.
Ответ: 252.
19. Найдите $\lim\limits_{x\to +\infty}\ln\left(1+2^x\right)\ln\left(1+\frac{3}{x}\right)$.
Ответ: $3\ln 2$.
20. Дана дифференцируемая функция $f:[0,1]\to\mathbb{R}$. Известно, что $x\sin f(x)+x^2=f(x)\sin x+2f^2(x)$ при любом $x\in[0,1]$. Найдите $\left|f'_+(0)\right|$ (здесь $f'_+(0)$ — производная справа в точке 0).
Ответ: $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
21. Часовая стрелка имеет длину 2 сантиметра, а минутная — $2{,}2$ сантиметра. Угол между стрелками изменяется с постоянной скоростью. Найдите расстояние между концами стрелок в тот момент, когда оно изменяется быстрее всего.
Ответ: $\frac{\sqrt{21}}{5}$.
22. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{2\pi} e^{\cos x}\cos(\sin x)\cos 5x dx$.

Ответ: $\frac{\pi}{120}$.

23. Вычислите сумму интегралов $\int\limits_{\sqrt{\pi/6}}^{\sqrt{\pi/3}} \sin\left(x^2\right)dx + \int\limits_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \sqrt{\arcsin x}\,dx$.

Ответ: $\frac{\sqrt{\pi}\left(\sqrt{6}-1\right)}{2\sqrt{6}}$.

24. В баке находится 100 л раствора, содержащего 10 кг соли. В бак втекает 5 л воды в минуту, а смесь с той же скоростью переливается в другой 100-литровый бак, первоначально наполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Чему равно (в килограммах) наибольшее количество соли во втором баке?

Ответ: $\frac{10}{e}$.

25. Пусть $x^* = x^*\left(t\right)$ — решение дифференциального уравнения $t^2\ddot{x} - 2t\dot{x} + 2x = 0$, $0 \le t \le 1$, удовлетворяющее краевым условиям $x\left(t\right) = o\left(t\right)$ при $t \to 0$, $x\left(1\right) = 3$. Найдите $x^*\left(1/5\right)$.

Ответ: $\frac{3}{25}$.

26. Дуга кривой $\rho = \frac{\sin\varphi - \cos\varphi}{1+\sin 2\varphi}$, $\frac{\pi}{4} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$, вращается вокруг луча $\varphi = \frac{\pi}{4}$. Найдите объём полученного тела вращения.

Ответ: $\frac{\pi\sqrt{2}}{20}$.

27. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty} \iint\limits_{E_n} \sin\left(x^2+y^2\right)dxdy$, где $E_n = \left\{\left(x,y\right) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, \left|x\right| < n,\ \left|y\right| < n\right\}$.

Ответ: π.

28. Найдите площадь области , ограниченной кривой, заданной уравнением $\left(2018x + 2y - 1\right)^2 + \left(2018x - 3y + 2\right)^2 = 1$.

Ответ: $\frac{\pi}{10090}$.

29. Найдите сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^n\left(\left(n-1\right)!\right)^2}{\left(2n\right)!}$.

Ответ: $\frac{\pi^2}{2}$.

30. Вычислите интеграл $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{\left(x^2+1\right)^3}$.

Ответ: $\frac{3\pi}{8}$.